



# DÉVELOPPEMENT D'UN CAPTEUR DE DÉPLACEMENT À FIBRE OPTIQUE APPLIQUÉ À L'INCLINOMÉTRIE ET À LA SISMOLOGIE

Patrick Chawah

## ► To cite this version:

Patrick Chawah. DÉVELOPPEMENT D'UN CAPTEUR DE DÉPLACEMENT À FIBRE OPTIQUE APPLIQUÉ À L'INCLINOMÉTRIE ET À LA SISMOLOGIE. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2012. Français. NNT : . tel-00779335

**HAL Id: tel-00779335**

**<https://theses.hal.science/tel-00779335>**

Submitted on 22 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITÉ MONTPELLIER II**  
**SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC**

**THÈSE**

Pour obtenir le grade de  
**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ MONTPELLIER II**

**Discipline : Géosciences**  
**École doctorale : SIBAGHE**

rédigé par  
**PATRICK CHAWAH**

---

**DÉVELOPPEMENT D'UN CAPTEUR DE  
DÉPLACEMENT À FIBRE OPTIQUE APPLIQUÉ À  
L'INCLINOMÉTRIE ET À LA SISMOLOGIE**

---

**Jury**

<b>Francois BEAUDUCEL</b>	Physicien, IPGP, Paris, <i>Rapporteur</i>
<b>Rodolphe CATTIN</b>	Professeur, UM2, Montpellier, <i>Examineur</i>
<b>Jean CHERY</b>	Professeur, UM2, Montpellier, <i>Directeur de thèse</i>
<b>Jean-Pierre L'HUILLIER</b>	Professeur, ENSAM, Angers, <i>Rapporteur</i>
<b>Mikhael MYARA</b>	Maitre de conférences, IES, Montpellier, <i>Invité</i>
<b>Guy PLANTIER</b>	Professeur, ESEO, Angers, <i>Co-directeur de thèse</i>
<b>Laurent SIMON</b>	Professeur, LAUM, Le Mans, <i>Examineur</i>



## **Développement d'un capteur de déplacement à fibres optiques appliqué à l'inclinométrie et à la sismologie**

**Résumé :** Le suivi de la déformation de la croûte terrestre durant la phase intersismique pour la recherche des transitoires nécessite des instruments précis capables d'opérer pour de très longues durées. Le projet ANR-LINES a visé le développement de trois nouveaux instruments : un sismomètre mono-axial, un inclinomètre hydrostatique à longue base et un inclinomètre de forage pendulaire. Ces trois instruments profitent d'un capteur interférométrique de déplacement à longues fibres optiques du type Fabry-Pérot Extrinsèque (EFFPI). Leurs architectures mécaniques et l'utilisation de longues fibres permettent à ces instruments géophysiques nouvellement fabriqués d'atteindre les objectifs fixés.

Le premier objectif de cette étude est de proposer des méthodes adaptées à l'estimation de la phase du chemin optique dans les cavités Fabry-Pérot. Une modulation du courant de la diode laser, suivie par une démodulation homodyne du signal d'interférence et un filtre de Kalman permettent de déterminer la phase en temps réel. Les résultats sont convaincants pour des mesures de courtes durées mais exigent des solutions complémentaires pour se prémunir des effets de la variation des phénomènes environnementaux.

Le capteur EFFPI intégré dans l'inclinomètre de forage LINES lui offre l'opportunité d'établir une mesure différentielle de l'oscillation de la masselotte pendulée grâce à trois cavités Fabry-Pérot. Le sismomètre LINES utilise lui aussi le capteur de déplacement EFFPI pour la mesure du déplacement de sa bobine. Une description de l'architecture mécanique de ces instruments et une analyse des phénomènes détectés (mouvements lents, marées, séismes, microséismes ...) font partie de cette thèse.

**Mots clés :** Interférométrie laser, modulation de longueur d'onde, démodulation homodyne synchrone, lissage d'ellipse, filtre de Kalman, compensation de température, inclinomètre de forage, pendule simple, mesure différentielle, dérive lente, observations sismiques, sismomètre.

## **Development of an optical fibers displacement sensor for applications in tiltmetry and seismology**

**Abstract:** Monitoring crustal deformation during the interseismic phase when searching for earth transients requires precise instruments able to operate for very long periods. The ANR-LINES project aimed to develop three new instruments: a single-axis seismometer, a hydrostatic long base tiltmeter and a borehole pendulum tiltmeter. These three instruments benefit of an extrinsic Fabry-Pérot interferometer (EFFPI) with long optic fibers for displacement detections. Their mechanical architectures and their disposal of long fibers help these newly manufactured geophysical instruments complete their goals.

The first objective of this study is to propose appropriate methods for estimating the phase of the optical path in the Fabry-Pérot cavities. A modulation of the laser diode current, followed by a homodyne demodulation of the interference signal and a Kalman filter, allow determining the phase in real time. The results are convincing while taking short periods measurements but require additional solutions for protection against environmental phenomena variations.

The EFFPI sensor integrated in the LINES borehole tiltmeter gives it the opportunity to establish a differential measurement of the bob's oscillation thanks to three Fabry-Pérot cavities. The LINES seismometer also uses the EFFPI displacement sensor to measure its coil's displacement. A description of the two instruments' mechanical structures and an analysis of the detected phenomena (slow movements, tides, earthquakes, microseisms ...) are part of this thesis.

**Keywords:** Laser interferometry, wavelength modulation, synchronous homodyne demodulation, ellipse fitting, Kalman filter, temperature compensation, borehole tiltmeter, simple pendulum, differential measurements, slow drift, seismic observations, seismometer.

**Laboratoire Géosciences - CNRS Université de Montpellier**  
**Place Eugène Bataillon - 34095 MONTPELLIER CEDEX 5**  
**Ecole supérieure d'électronique de l'ouest - ESEO**  
**10 Boulevard Jeanneteau - 49107 ANGERS CEDEX 2**





# Remerciements

En Octobre 2009 a débarqué à Angers un jeune étudiant Libanais timide, il est reparti en 2012 un jeune chercheur beaucoup plus confiant en lui-même. C'est avec émotion que je tiens à remercier tous ceux qui ont contribué à la réalisation de cette évolution.

Je souhaite remercier en premier lieu mon co-directeur de thèse, M. Guy Plantier, professeur et responsable du département électronique et sciences physiques à l'école supérieure d'électronique de l'Ouest ESEO Angers pour m'avoir accueilli au sein de son équipe. J'espère avoir été digne de la confiance qu'il m'avait accordée et que ce travail est finalement à la hauteur de ses espérances. Quoiqu'il en soit, j'ai beaucoup appris à ses côtés et je suis très honoré de l'avoir eu pour encadrant.

Les débuts ont été durs, je me souviens des premières réunions au cours desquelles je ne comprenais qu'un mot sur cinq, surtout dans le contexte géophysique. Les discussions étaient dans un langage qui m'était complètement inconnu (inclinométrie, déformation terrestre, ...). Au travers de mes cours séjours à Montpellier et des mails échangés, c'est grâce à mon directeur de thèse M. Jean Chéry, directeur de recherche CNRS et directeur du projet ANR-LINES, que j'ai commencé à apprivoiser petit à petit ce dialecte si complexe de la science. Avec patience il a réussi à me transmettre un peu de ses connaissances. Je lui adresse ma gratitude pour tout cela.

Je voudrais remercier les rapporteurs de cette thèse M. Francois Beauducel, Physicien à l'IPGP de Paris, et M. Jean-Pierre L'Huillier, Professeur des Universités de l'ENSAM Angers, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. J'associe à ces remerciements M. Laurent Simon, Professeur des Universités du laboratoire d'acoustique de l'université du Maine LAUM, Le Mans, et M. Rodolphe Cattin, Professeur des Universités de l'université de Montpellier 2, pour avoir accepté d'examiner mon travail.

Mille fois merci à M. Anthony Sourice pour son attention de tout instant sur mes travaux, pour ses conseils avisés et son écoute qui ont été prépondérants pour la bonne réussite de cette thèse. Mille fois car c'est au moins le nombre de fois où je suis venu lui déranger pour le poser des questions en tout genre.

Bien sûr, atteindre ces objectifs n'aurait pas été possible sans l'aide de tous les membres du projet ANR-LINES. Je souhaite notamment remercier M. Frédéric Boudin de la faculté de géosciences de l'université de Montpellier 2, Mme Maha Suleiman, M. Michel Cattoen et M. Han-Cheng Seat de l'ENSEEIH, Toulouse, M. Pascal Bernard et M. Alexandre Nercissian de l'IPGP Paris, M.

Stéphane Gaffet, M. Daniel Boyer et M. Alain Cavaillou du LSBB Rustrel.

Je souhaite encore remercier les collègues à l'ESEO Angers, M. Alain Le-Duff, M. Romain Feron, M. Mathieu Feuilloy, M. Sébastien Aubin et M. Sjoerd Op't Land ainsi que les collègues à l'UM2 notamment M. Marc Daignières et M. Stephane Mazzotti.

Mes derniers mots (avant les scientifiques), je les adresse à mes parents et mes trois sœurs au Liban. Merci à vous d'avoir supporté mon éloignement et mon peu de disponibilité au cours de ces trois dernières années. Un grand merci à mes oncles et mes tantes qui m'ont toujours épaulé tout au long de ma thèse, sans qui rien n'aurait été possible.



## Table des notations principales

$\lambda, \lambda_0$	Longueur d'onde instantanée et longueur d'onde propre du laser
$\beta$	Coefficient de modulation de la longueur d'onde
$i_0, i_m$	Courants électriques traversant la diode laser
$\Phi$	Phase du signal interférométrique
$D$	Dimension de la cavité Fabry-Pérot
$d$	Déplacement de la cible
$d_r$	Déplacement réduit de la cible
$n$	Indice de réfraction du milieu de la cavité Fabry-Pérot
$m_\lambda, m$	Modulations de la longueur d'onde et de la phase
$m_1, m_2$	Modulations de phase correspondant à la modulation BF et HF
$M_{01}, M_{02}$	Amplitudes des modulations de phase
$F_{m1}, F_{m2}$	Fréquences des modulations
$K, K_{BF}, K_{m1}, K_{m2}$	Modulations de l'amplitude du signal interférométrique et de ses composantes
$s, s_u, s_p, s_h$	Signal de sortie de la photo diode et ses composantes
$A_I, A_Q, B_I, B_Q, \varphi, \alpha$	Paramètres de la courbe de Lissajous elliptique
$a, b, c, d, e, f$	Coefficients de l'écriture polynômiale de l'ellipse de Lissajous
$T_{DL}, T_{FP}$	Températures de la diode laser et de la cavité Fabry-Pérot
$K_{T\lambda}$	Sensibilité thermique de la longueur d'onde
$\alpha_L$	Coefficient de dilatation linéaire
$L$	Laplacien
$E_p, E_{pF}, E_{pP}$	Energie potentielle totale, énergie potentielle de flexion et énergie potentielle de pesanteur
$E_c$	Energie cinétique
$\Lambda$	Inclinaison du sol par rapport au repère Galiléen
$\Theta$	Angle d'oscillation du pendule
$d\zeta$	Longueur infinitésimale d'un élément d'une poutre
$d\zeta_{xy}$	Section élémentaire d'une poutre, perpendiculaire à la ligne moyenne
$R_c$ et $R'_c$	Rayons de courbure de la poutre
$v$	Angle de rotation de deux sections de la poutre
$\sigma$	Contrainte dans un point de la poutre

---

$e$	Allongement d'une ligne de la poutre
$E$	Constante de Hooke
$\mathcal{M}_y$	Moment de flexion
$J_{G_y}$	Moment quadratique par rapport à l'axe des y
$F_P, F_{P_x}, F_{P_z}$	Force de pesanteur et ses projections dans le repère du pendule
$\mathcal{L}$	Longueur de la tige du pendule
$\ell$	Distance du centre de rotation $Q$ au centre d'inertie du système pendulé
$\mathcal{R}$	Rayon de giration
$k_r$	Raideur du ressort spiral
$k_f$	Constante de frottement
$m_{tige}, m_{cyl}, m_{tot}$	Masse de la tige, masse du cylindre pendulé et masse totale de l'ensemble pendulé
$M_{tige}, M_{cyl}$	Centre d'inertie de la tige et du cylindre pendulé
$dm$	Masse élémentaire appartenant à l'ensemble du pendule
$r_m$	Distance de la masse élémentaire à l'axe de rotation
$J_c, J_t, J_{c/Q}, J_{t/Q}$	Moments d'inertie du cylindre et de la tige
$J_Q$	Moment d'inertie du système pendulé par rapport à l'axe de rotation
$\vec{r}_\ell$	Mouvement du centre d'inertie du pendule
$\vec{\rho}_{\mathcal{R}}$	Vecteur directeur du centre de giration dans le repère fixe
$W_P$	Travail de la force de pesanteur
$v$	Vitesse du pendule
$Re, C_{Re}, C'_{Re}$	Nombre, coefficient et constante de Reynolds
$\rho_a, \rho_t$	Masse volumique du fluide et du pyrex
$\mathcal{D}$	Diamètre moyen de la plus grande dimension du système pendulé
$h_c, r_c$	Hauteur et rayon du cylindre à l'extrémité de la tige
$r_t$	Rayon de la tige en pyrex
$\Omega_{p1}, \Omega_{p0}, \Omega_p$	Pulsations propres du système pendulé idéal, fléchi et amorti
$f_{p1}$ et $f_{p0}$	Fréquences propres du système pendulé idéal et fléchi
$\varepsilon_\Omega$	Déviations de la pulsation propre du pendule causée par la flexion de la tige
$\xi$ et $\xi'$	Amortissement visqueux et amortissement mesuré
$\mathcal{Q}$	Facteur de qualité du pendule
$\mathcal{N}_n, \mathcal{P}, \mathcal{E}$	Pressions atmosphériques et co-indice de réfraction
$F_{L22}$	Force d'amortissement du mouvement dans le sismomètre L22 de Sercel



# Table des abréviations

LINES	Laser interferometry for earth strain
IF-LINES	Inclinomètre de forage développé dans le projet LINES
EFFPI	Extrinsic Fiber Fabry-Pérot Interferometer
FP	Fabry Pérot
DL	Diode laser
PD	Photo diode
C	Cible réfléchissante du faisceau laser
HF	Haute fréquence (modulation)
BF	Basse fréquence (modulation)
KF	Filtre de Kalman
TCLDM9	Boite-support de la diode à température contrôlée
TED200C	Régulateur de température
ZS	Zero-strain
OT	Opérateur de transfert
FFT	Transfert de Fourier rapide
DSP	Densité spectrale de puissance
ILB	Inclinomètre hydrostatique à longue base
LVDT	Linear variable differential transformer
càc	crête à crête
EW	Est-Ouest
NS	Nord-Sud
Sismo-LINES	Sismomètre monoaxial développé dans le projet LINES
STS2	Sismomètre Streckeisen
CEM	Compatibilité électro magnétique





# Table des matières

<b>Table des notations principales</b>	<b>viii</b>
<b>Table des abréviations</b>	<b>xi</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Principe du capteur de déplacement</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction aux interféromètres à fibres optiques . . . . .	5
1.2 Principe du capteur de déplacement à fibre optique utilisé dans le projet LINES . .	8
1.2.1 Application de la modulation de longueur d'onde dans l'estimation du déplacement . . . . .	10
1.2.2 Modèle du signal de sortie de la photo-diode . . . . .	12
1.2.3 Démodulation et extraction du déplacement de la cible . . . . .	15
1.2.4 Lissage de la courbe de Lissajous et estimation de la phase . . . . .	19
1.3 Résultats en temps réel et effet de la température . . . . .	30
1.3.1 Solutions matérielles et logicielles adoptées pour le traitement du signal temps réel . . . . .	30
1.3.2 Résultats sur une courte échelle de temps . . . . .	31
1.3.3 Effet de la température sur la mesure long terme . . . . .	33
1.4 Conclusion . . . . .	44
Article publié dans la revue IEEE/OSA JLT . . . . .	54
<b>2 Caractérisation de l'inclinomètre de forage</b>	<b>55</b>
2.1 État de l'art . . . . .	55
2.2 Mécanique du pendule . . . . .	62
2.2.1 Potentiel associé à la flexion de la tige . . . . .	63
2.2.2 Potentiel associé à la pesanteur . . . . .	66
2.2.3 Énergie cinétique . . . . .	68
2.2.4 Forces de frottement . . . . .	69
2.2.5 Calcul de l'équation différentielle pour un système non-conservatif . . . .	70

2.2.6	Amortissement artificiel de la résonance . . . . .	74
2.2.7	Vibration de la tige . . . . .	75
2.2.8	Effet d'une probable charge électrostatique sur l'action du pendule . . . . .	78
2.3	Couplage avec le capteur de déplacement et calibration de l'IF-LINES . . . . .	80
2.3.1	Asymétrie des voies optiques . . . . .	84
2.3.2	Calibration mécanique du pendule . . . . .	90
2.3.3	Étude thermique de l'instrument . . . . .	91
2.4	Conclusion . . . . .	93
<b>3</b>	<b>Résultats in-situ de l'inclinomètre de forage</b>	<b>97</b>
3.1	Installation dans le site souterrain . . . . .	97
3.1.1	Intérêt d'une installation souterraine . . . . .	97
3.1.2	Mise en place . . . . .	99
3.2	Observations . . . . .	100
3.2.1	Dérive lente . . . . .	101
3.2.2	Observations des marées . . . . .	107
3.2.3	Observations sismiques . . . . .	109
3.3	Conclusion . . . . .	112
<b>4</b>	<b>Caractérisation et résultats in-situ du sismo-LINES</b>	<b>119</b>
4.1	Intérêt d'un sismomètre à mesure optique . . . . .	120
4.2	Caractérisation du mouvement de la masse dans le sismo-LINES . . . . .	121
4.3	Règle de Carson . . . . .	123
4.4	Application de la loi de Carson pour des déplacements simulés par la méthode stochastique de Boore . . . . .	124
4.4.1	Choix des caractéristiques du système de traitement des signaux sinusoïdaux correspondant à différents séismes simulés par la méthode stochastique en respectant la règle de Carson . . . . .	125
4.4.2	Limitation de la règle de Carson pour les signaux non sinusoïdaux . . . . .	127
4.5	Détection des ondes sismiques par le sismo-LINES au LSBB . . . . .	129
4.6	Conclusion . . . . .	130
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>135</b>
5.1	Synthèse des travaux . . . . .	135
5.2	Perspectives . . . . .	137
<b>A</b>	<b>Rappel des fonctions de Bessel et des expansions Jacobi-Anger</b>	<b>139</b>
A.1	Solutions de l'équation différentielle de Bessel . . . . .	139
A.2	Développements en séries de Fourier de deux fonctions usuelles . . . . .	140

---

<b>B</b>	<b>Comparaison des inclinomètres du LSBB</b>	<b>143</b>
<b>C</b>	<b>Observations semi-mensuelles de l'IF-LINES au LSBB</b>	<b>145</b>
	<b>Publications et communications</b>	<b>163</b>



# Introduction

L'évolution rapide des systèmes géologiques tels que les failles sismiques ou les éruptions volcaniques peut être schématiquement décrite comme faisant partie d'un cycle de deux phases :

- une phase de chargement, durant laquelle les forces internes se construisent progressivement dans le système. Pendant ce temps, le système se déforme suivant une loi élastique ou visco-élastique stable, constitutive du matériau géologique. La vitesse de déformation affiche des valeurs comprises entre  $10^{-8}$  à  $10^{-6}$  m/an;
- une libération soudaine du mouvement, comme un tremblement de terre ou une explosion volcanique qui reflète qu'une partie du système a atteint une tension limite, induisant un changement irréversible du comportement.

Le manque de prévisibilité de la transition de la phase de chargement à la phase de libération est principalement dû à notre mauvaise connaissance de la répartition des tensions à l'intérieur du système. En effet, même pour un simple modèle analogique du cycle sismique, la prédiction à la fois de l'instant et de la taille d'un glissement ne peut pas être simplement réalisée parce que la contrainte limite autorisée par le comportement de frottement n'est pas précisément connue [Burridge and Knopoff, 1967].

Contrairement à ce point de vue qui soutient l'idée que les tremblements de terre ne peuvent pas être prédits, de plus en plus de preuves telles que les observations de déplacement par mesure GPS montrent que le cycle sismique ne peut pas être séparé en une phase de chargement régulier et une libération soudaine [Dragert et al., 2001]. En effet, de lents événements de glissement épisodiques se produisent à l'intérieur de la phase intersismique, parfois à un taux de déformation trop faible pour être détecté par des moyens sismologiques. Jusqu'à présent, la plupart de ces glissements épisodiques détectés par GPS ont eu lieu dans les zones de subduction, mais ils ont aussi été détectés sur des grandes failles de décrochements. En outre, la transition entre la phase intersismique et le tremblement de terre n'est pas forcément brusque, et divers phénomènes précurseurs tels que des anomalies géochimiques, hydrologiques et de déformation se produisent parfois pendant des jours et des heures précédents le tremblement de terre.

L'existence ou la non-existence de phénomènes précurseurs sont devenues un sujet d'investigation scientifique dès le XIX<sup>e</sup> siècle qui s'est vite transformé dans un vif débat. Une des lois de validation d'une prédiction positive de séisme était notée par Milne : « *Ce que le public aimerait*

*connaître sur un tremblement de terre est l'heure à laquelle il pourrait se produire. Si cela pouvait être prévu ainsi que des informations sur le caractère de la perturbation attendue dans les districts voisins du tremblement de terre, la sismologie serait généreusement soutenue* »[Milne, 1911]. Jusqu'aux années 1970 l'échec était prédominant dans ce domaine, mais des prédictions erronées ont marqué une décennie d'optimisme qui s'est terminée par une déception générale. En 1978, Kerr a déclaré : *« Il y a quelques années, la communauté scientifique était optimiste, même euphorique, à la suite de plusieurs prédictions réussies des tremblements de terre dans le monde. Aujourd'hui, cette euphorie a disparu. L'optimisme n'a pas cédé la place au pessimisme, mais une route longue et difficile nous attend »*[KERR, 1978].

La recherche sur les prévisions des séismes dans la dernière décennie a produit de nombreuses observations de phénomènes précurseurs, mais la fiabilité de leur corrélation physique avec les tremblements de terre subséquents est souvent discutable. Ces observations apportent peu de choses concernant le processus de couplage sous-jacent. Les phénomènes précurseurs font en fait partie d'une classe beaucoup plus large des processus instables dans la croûte terrestre, comme le glissement sur failles et l'écoulement épisodique des fluides [Bernard, 2001]. Ces processus sont souvent signalés et décrits, mais n'impliquent pas de grands séismes ultérieurs, et par conséquent, ne sont pas nécessairement considérés comme des précurseurs. Nous pouvons les appeler des phénomènes « transitoires ». Ces derniers sont généralement très mal compris, et il est clair que tout progrès de prévision à court terme nécessite d'étudier et de modéliser ces phénomènes transitoires. Un avantage significatif de cette approche est que les transitoires sont beaucoup plus fréquents que les précurseurs et sont donc des cibles plus faciles pour une détection expérimentale. Dans un débat international, notre collègue Pascal Bernard de l'IPGP-Paris a révélé : *« Ainsi, à la question, “La prédiction fiable des tremblements de terre individuels est-elle un objectif scientifique réaliste?”, ma réponse serait négative car cela ne devrait pas encore être une cible scientifique. Cependant, à la question plus pertinente, “La compréhension des phénomènes transitoires dans la croûte est-elle un objectif scientifique important et réaliste?”, je répondrais par l'affirmative, et j'ajoute que des progrès significatifs dans ce domaine sont nécessaires avant de se demander si la prévisibilité du tremblement de terre peut être étudiée d'une manière réaliste »*[Bernard, 1999].

Notre capacité future à détecter les déformations transitoires et de modéliser les processus de déclenchement des transitoires vers les séismes sera la clé pour l'évaluation de la prévisibilité des séismes. La détection de petites déformations transitoires est un nouveau domaine pour les sismologues et les géodésiens qui va probablement ouvrir des voies dans la compréhension de la mécanique des tremblements de terre et nous espérons offrir des réponses à la question de la prévisibilité des séismes. Nous passons ainsi de la « recherche de précurseurs » à une plus constructive « recherche des déformations transitoires de la croûte ». Cette tâche est difficile parce que le signal source est d'amplitude relativement faible et possède des fréquences similaires à celles produites par des événements hydrologiques et atmosphériques. Les variations des paramètres de la croûte

qui doivent être recherchées sont minuscules et probablement limitées à des petits volumes, avec des sources situées à grandes profondeurs. Ces déformations sont extrêmement difficiles - pour ne pas dire impossibles - à détecter. Le développement et l'utilisation de nouveaux instruments, mais aussi de nouvelles méthodes dans la conception des expériences et dans le traitement des données, sont par conséquent nécessaires : réseaux de grand nombre de capteurs sismologiques, géophysiques et géochimiques (figure 1) ; mesures multiparamètres dans les forages profonds, en particulier dans les zones de failles à des profondeurs séismogéniques<sup>1</sup> ; tomographie différentielle des propriétés élastiques et électriques de la croûte en utilisant des sources naturelles ainsi qu'artificielles. En particulier, de nouvelles méthodologies sont attendues pour apporter des informations très détaillées sur la structure et l'hétérogénéité du champ de contraintes et de déformations à petite échelle.

Dans de nombreux cas, les glissements intersismiques des plaques tectoniques entraînent une rotation du sol et par suite une inclinaison. Mais cette déformation peut être aussi causée par des propriétés locales du site (plasticité, fluage, fluidité). Elle peut également se produire sur l'instrument sismométrique ou géophysique s'il se déplace suite à une excitation forte. Si on se contente de mesurer les déformations crustales par des instruments à deux degrés de liberté (certains sismomètres, accéléromètres, et inclinomètres), l'effet de l'inclinaison est de produire un décalage dans la série temporelle mesurée qui ne peut pas être facilement distingué du vrai déplacement du sol. Ainsi, il est important de quantifier l'inclinaison dans les données mesurées. Les réseaux de capteurs GPS sont couramment utilisés pour estimer les inclinaisons tectoniques. Dans les dernières années, l'estimation des déplacements par GPS s'est considérablement améliorée grâce aux efforts dans les infrastructures satellitaires et leur nombre, aux développements dans le placement des capteurs et leur conception, et à l'amélioration des algorithmes de localisation. Ces améliorations ont également rendu possible l'enregistrement des mesures GPS à des taux d'échantillonnages élevés. Ces capteurs GPS sont désormais capables d'enregistrer jusqu'à 10 éch/s. Par contre, l'emplacement des stations GPS nécessite une vision de la constellation des satellites, ainsi que des fondations de préférence sur des roches dures. De plus, la faible résolution du capteur GPS aux hautes fréquences (1 éch/s - 10 éch/s) le rend insensible aux mouvements horizontaux inférieurs à 2 mm et verticaux inférieurs à 4 mm [Clinton, 2004].

La robustesse de la détection du mouvement est principalement liée à la précision de la mesure, mais aussi au nombre et à la répartition des instruments. Cela implique que le coût des instruments est essentiel pour le développement du réseau. Les sismomètres et les extensomètres sont souvent en proie à de nombreux problèmes techniques qui limitent leur utilité. Sur la base des prototypes de capteurs déjà existants, le projet ANR-LINES (Laser Interferometry of Earth Strain) vise à développer trois nouveaux instruments (un inclinomètre de forage, un inclinomètre hydrostatique à longue base et un sismomètre) à l'aide d'un capteur interférométrique optique. La transmission du signal par des fibres devrait induire une amélioration majeure par rapport aux habituels câbles électriques

---

1. Zone de naissance des séismes



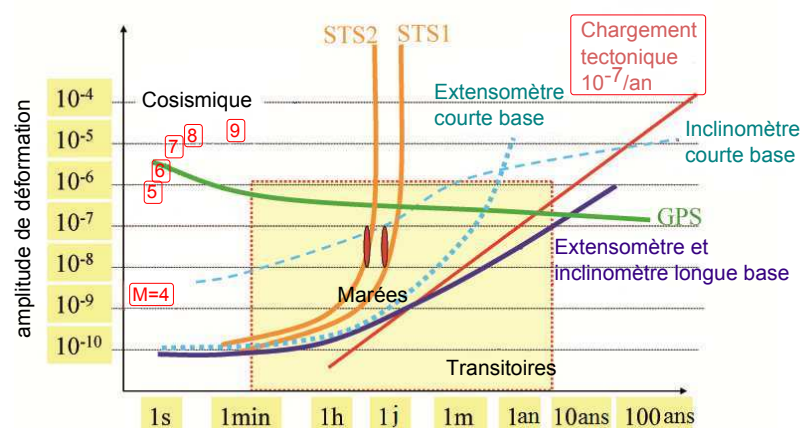


FIG. 1: La déformation géophysique se produit sur une large gamme temporelle et peut être détectée en utilisant différents instruments. Les sismomètres sont très efficaces pour détecter les tremblements de terre (fréquences supérieures à 0.001 Hz). Les extensomètres de courtes bases ont une haute résolution mais sont souvent affectés par une dérive de la mesure. Les inclinomètres longue base ont de très bonnes performances à basse fréquence (échelles de temps intermédiaires (1 mn - 1 an)). Les GPS ont des performances relativement indépendantes de la durée du phénomène mais sont limités en précision en partie à cause de phénomènes atmosphériques.

(faibles coûts et poids, robustesse à la foudre ...). En outre, l'absence d'électronique embarquée sur la sonde est également une garantie de fiabilité et de simplicité.

Cette présente thèse a été réalisée dans le cadre du projet LINES financé par le programme de recherche risques naturels de l'agence nationale de la recherche (ANR Risk-nat). Le chapitre 1 porte sur les techniques de traitement du signal en temps réel appliquées à l'interféromètre optique. Le chapitre 2 traite de la construction et la caractérisation de l'inclinomètre de forage. Ensuite, le chapitre 3 présente les mesures de déformation détectées par l'inclinomètre de forage lors de son installation dans un laboratoire souterrain à bas bruit. Le chapitre 4 rend compte des améliorations apportées par le capteur de déplacement au sismomètre développé au sein du projet LINES. Enfin, nous présentons les conclusions ainsi que les perspectives offertes par ce travail dans le chapitre 5.

# Chapitre 1

## Principe du capteur de déplacement

Un des points innovants de cette thèse est le développement d'un capteur interférométrique à fibre optique pour des instruments géophysiques. Par ailleurs, ce capteur devrait être suffisamment générique pour avoir des applications dans plusieurs autres domaines (acoustique, aéronautique, ...). Dans ce chapitre nous proposons une optimisation du capteur Fabry-Pérot extrinsèque afin de l'utiliser pour de très longues durées et pour de très hautes précisions des mesures de déplacement. Pour cet objectif, une procédure d'estimation adaptative et en temps réel, fondée sur une technique homodyne et un filtre de Kalman, est établie. Par suite, trois méthodes de réduction du bruit thermique additif induit dans la phase optique et au niveau des composants mécaniques seront présentées.

### 1.1 Introduction aux interféromètres à fibres optiques

Les capteurs optiques sont d'excellents candidats pour la surveillance des paramètres environnementaux en raison de leurs nombreux avantages par rapport aux capteurs classiques. Parmi ces avantages on peut citer leur légèreté et leur petite taille, leur haute sensibilité, leur immunité aux interférences électromagnétiques, leur potentiel de multiplexage et évidemment leur capacité de mesure sans contact. Ces avantages leur ont permis de mesurer un grand nombre de facteurs et de phénomènes tels que la position, les vibrations [Plantier, 2004], la température et la pression [Hirayama and Sano, 2000], le  $CO_2$  et l'humidité [Stolberg-Rohr et al., 2011], et les ondes acoustiques [Le Duff, 2003].

Parmi les capteurs optiques, ceux à fibres présentent le gros avantage d'être flexibles. Cette caractéristique permet de développer des capteurs sans contact pour des mesures en des endroits difficilement accessibles. En outre, la petite dimension transversale de la fibre permet à l'ingénieur de définir un point de mesure très localisé.

Les capteurs à fibres optiques peuvent être classés selon leurs principes de fonctionnement. Si le principe du capteur est basé sur l'interférence entre les ondes lumineuses, il est dénommé capteur interférométrique. D'autres capteurs sont basés sur l'atténuation de la lumière de la fibre

et sont considérés comme des capteurs d'intensité. Si tous les mécanismes de détection ont lieu au sein de la fibre elle-même, le capteur est classé comme intrinsèque. Dans ce type de capteur, la fibre fonctionne à la fois comme un support de transmission et un élément de détection. Dans les capteurs extrinsèques, la fibre ne joue aucun rôle dans le mécanisme de détection et ne sert qu'à transmettre la lumière vers et à partir d'un support externe où il est modulé.

Les capteurs interférométriques à fibres optiques les plus connus sont présentés dans la figure 1.1. Il s'agit de l'interféromètre de Michelson, de l'interféromètre de Mach-Zehnder [Mach, 1926], de l'interféromètre de Sagnac et de l'interféromètre de Fabry-Pérot. Dans les interféromètres de Michelson et de Mach-Zehnder, les ondes lumineuses provenant d'une unique source optique sont généralement divisées en deux faisceaux le long de deux voies distinctes qui sont par la suite recombinaisonnées en un point pour suivre un trajet optique commun. Le faisceau de référence se propage le long d'un trajet isolé de toute perturbation de l'environnement alors que le faisceau de détection se propage suivant un autre trajet modifié par le paramètre physique à mesurer. Dans l'interféromètre de Michelson (figure 1.1a), un seul diviseur de faisceau (ou coupleur de fibres) est suffisant pour séparer le faisceau principal en deux faisceaux de détection et de référence pour ensuite les recombinaisonner en créant ainsi le faisceau d'interférence qui est transmis au photodétecteur [Kirkendall and Dandridge, 2004]. Dans l'architecture du Mach-Zehnder (figure 1.1b), une lame séparatrice (ou coupleur de fibres) sépare l'onde lumineuse injectée en un faisceau de référence et un faisceau de détection. Ces deux faisceaux sont ensuite recombinaisonnés à l'aide d'un second coupleur. L'interféromètre de Mach-Zehnder est typiquement un capteur intrinsèque dans lequel les faisceaux de référence et de détection se propagent dans les bras des fibres. Ultérieurement, un interféromètre Mach-Zehnder à fibres optiques pour la mesure des vibrations (figure 1.1c) a été présenté comme un dispositif extrinsèque : le faisceau de détection est à nouveau séparé par un coupleur de fibres pour permettre à un faisceau de détecter une cible vibrante, et une fraction du faisceau réfléchi par la cible repénètre dans la fibre et interfère avec le faisceau de référence via un troisième coupleur de fibres. Toutefois, dans les dispositifs de Michelson et de Mach-Zehnder, le phénomène physique à mesurer doit normalement agir directement sur la fibre de détection, ce qui peut être limitant dans certaines applications. En outre, pour obtenir des résultats cohérents et reproductibles, le bras de référence doit être maintenu à une température et une pression stables. D'autre part, le capteur interférométrique de Sagnac (figure 1.1d) inclut une fibre en boucle fermée dans laquelle deux faisceaux se propagent en directions opposées. Dans son application principale comme gyroscope, l'interféromètre de Sagnac a pour but de mesurer les mouvements angulaires de la fibre spirale. Une application plus récente du Sagnac (figure 1.1e) vise la mesure de vibration d'une cible mobile [Jaroszewicz et al., 2009]. Dans cette configuration, la fibre en boucle a été divisée en 2 pour permettre une mesure externe. L'interféromètre de Fabry-Pérot (FP) (figure 1.1f, figure 1.1g) est quant à lui un dispositif dans lequel l'interférence est générée à partir des faisceaux de référence et de détection qui se propagent dans une même fibre [Seat et al., 2012]. Dans la version extrin-

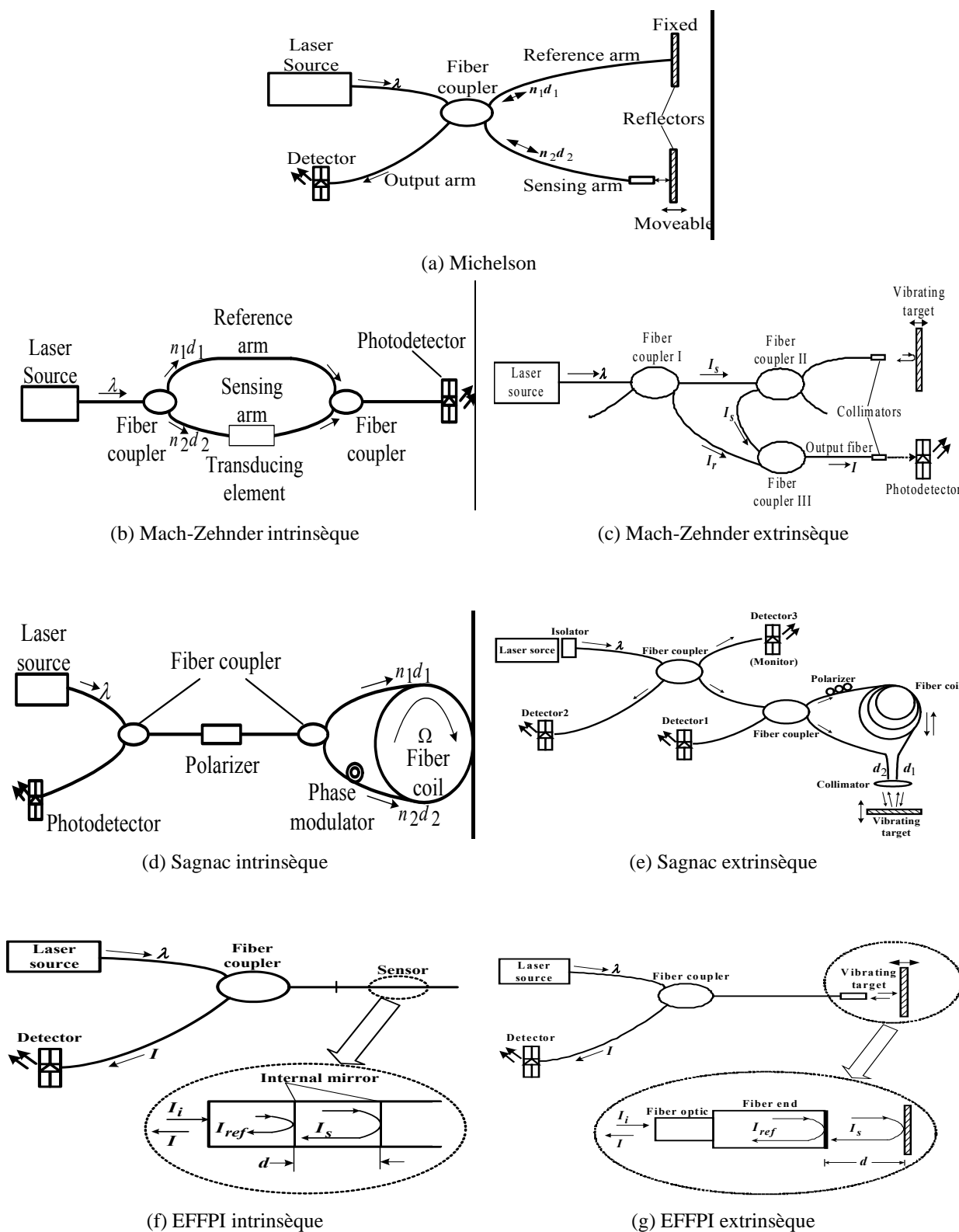


FIG. 1.1: Interféromètres à fibres optiques. Référence des figures : [PULLTEAP, 2008]

sèque du Fabry-Pérot (EFFPI), le faisceau de référence (4% du faisceau principal) est rétro-réfléchi à l'interface fibre-air alors que le faisceau de détection (96% du faisceau principal) est transmis à travers cette interface dans une cavité de détection avant d'être réfléchi de nouveau le long du même chemin optique.

## 1.2 Principe du capteur de déplacement à fibre optique utilisé dans le projet LINES

L'interféromètre extrinsèque Fabry-Pérot à fibres optiques (EFFPI) est schématisé par la figure 1.1g. La source lumineuse est ici une diode laser (DL) monochromatique DFB-LD de longueur d'onde  $\lambda_0 = 1308\text{nm}$ . L'onde électromagnétique sortant de la fibre se réfléchit sur la cible dont on veut mesurer les mouvements. Cette onde réfléchie est réintroduite dans la fibre interfère avec l'onde de référence. La distance  $D(t)$  entre l'extrémité de la fibre et la cible, qui est aussi appelée longueur de la cavité Fabry-Pérot, induit une différence de phase  $\Phi(t)$  entre l'onde de référence et l'onde de mesure donnée par :

$$\Phi(t) = 2\pi n \frac{2D(t)}{\lambda_0}, \quad (1.1)$$

où  $n$  est l'indice de réfraction du milieu de la cavité Fabry-Pérot.

Le signal d'interférence, modulé en phase, est détecté par une photodiode (PD) PDA10CS de Thorlabs. De façon très simpliste pour l'instant, le signal de la PD, qui est proportionnel à la puissance de l'onde optique, peut s'écrire :

$$\begin{aligned} s(t) &= K_0 [1 + \cos(\Phi(t))] \\ &= K_0 \left[ 1 + \cos\left(4\pi n \frac{D(t)}{\lambda_0}\right) \right]. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Cette expression montre que l'extraction de la distance  $D(t)$ , ou de ses variations par rapport à un point de repos, revient à estimer la phase du signal  $s(t)$ . Cette problématique de traitement du signal est très fréquente dans le monde de la physique ou des télécommunications et rentre dans le cadre assez général de la démodulation de phase. Malheureusement, la puissance du signal de sortie de la PD est légèrement variable dans le temps à cause de la fluctuation de la puissance du faisceau de mesure, des effets de température et de pression ainsi que d'autres perturbations externes. La correction de l'amplitude d'un signal avant la démodulation de phase est couramment effectuée par exemple avec des circuits AGC (boucle de contrôle automatique de gain). Dans de telles procédures, l'amplitude est non-linéairement normalisée. Cela élimine le problème en en créant un autre : le bruit d'amplitude est converti en bruit de phase.

Pour résoudre le problème de la variation de la puissance de  $s(t)$ , de nombreuses techniques de démodulation appliquées aux EFFPIs ont été proposées dans les 10 dernières années. Un système

récent [Zhou and Yu, 2011] est basé sur une démodulation en deux étapes : une analyse de la transformée de Fourier suivie par une minimisation d'une erreur quadratique moyenne (MMSE-based). Cette technique permet d'effectuer une mesure du déplacement absolu mais ne permet pas d'atteindre de bonnes résolutions pour des longueurs de cavité non-statiques. Une autre technique de démodulation en deux étapes [Abdi and Watkins, 2007] utilise un réseau de neurones pour l'analyse de la décomposition en série de Fourier (FSNN) du signal puis une rétropropagation du gradient de l'erreur (BackPropagation Neural Network (BPNN)) pour le problème de minimisation.

Une autre solution utilisée pour estimer  $\Phi(t)$  consiste à créer, en plus du signal d'interférence, un deuxième signal qui porte la même information mais sous une forme différente. Ceci est faisable en décomposant le signal interférométrique fondamental en ses deux composantes de polarisation orthogonales [PULLTEAP, 2008]. Néanmoins, cette façon de faire a plusieurs inconvénients. Elle exige des réglages mécano-optiques délicats, impose de surveiller la perturbation de l'état de polarisation des ondes se propageant dans la fibre et nécessite des composants optiques supplémentaires (séparateurs (PBS), lames optiques, polariseurs, etc.).

Une autre technique pour générer des signaux en opposition de phase pour des EFFPI dédiés à des strainmeters a été décrite dans [Murphy et al., 1991]. Il s'agit de régler manuellement les longueurs initiales de 2 cavités Fabry-Pérot qui mesurent le déplacement d'une même cible afin de créer deux signaux en quadrature captés par deux photo-détecteurs. Les versions postérieures de ce capteur [Schmidt and Furstenau, 1999, Schmidt et al., 2001] omettent la calibration manuelle. En contrepartie, ils utilisent des diodes superluminescentes générant une lumière à large bande et trois filtres sélectifs de longueurs d'ondes aux entrées de trois photo-détecteurs. Cette technique est intéressante mais coûteuse et n'est adaptée qu'aux déformations quasi-statiques des strainmeters.

Une autre approche a été aussi proposée pour résoudre le problème difficile de la démodulation de phase tout en minimisant le nombre de composants optiques dans le système. Cette approche consiste à introduire une information supplémentaire, mais connue dans le problème. Ceci peut être fait en faisant varier la longueur d'onde de la diode laser, ce qui peut être obtenu par une modulation maîtrisée de son courant de polarisation. On remarquera que la diminution du nombre des composants optiques ainsi que des réglages méticuleux se font au prix d'une complexification des algorithmes de traitement du signal. Cependant, l'augmentation permanente de la puissance des processeurs de traitement du signal en temps réel en conservant néanmoins un prix stable, sinon en baisse, rend la stratégie de la modulation du courant de la DL extrêmement avantageuse. C'est celle que nous avons retenue dans ce travail.

Plusieurs solutions basées sur cette approche ont été proposées dans la littérature. Meller a examiné dans sa thèse [Meller, 1996] une modulation triangulaire mais les performances de son système étaient limitées et l'ajout d'un deuxième photo-détecteur insensible à la longueur de la cavité était nécessaire pour normaliser la fluctuation de l'intensité. Les collègues de l'ENSEEIHt qui font partie de l'ANR LINES ont proposé une modulation rectangulaire de la longueur d'onde. Un réglage

méticuleux des niveaux haut et bas du courant de la modulation permet d'obtenir un signal pouvant être décomposé en deux signaux en quadrature qui permettent alors l'estimation de la phase. Cependant, cette technique décrite en [Seat et al., 2012] demande aussi un réglage attentif de la distance moyenne fibre/cible ainsi qu'un réétalonnage régulier du système.

Dans le travail que nous avons effectué pour cette thèse et que nous présentons ici, nous proposons :

- une modulation sinusoïdale du courant de la diode laser ;
- une modélisation mathématique du signal en sortie de la PD dépendant du courant de modulation et de la distance instantanée fibre/cible. Cette modélisation permet de mettre en évidence une infinité de composantes de type passe-bande qui peuvent être alors traitées par un algorithme de traitement du signal pour en extraire une estimation de la phase ;
- un algorithme optimal et global de traitement du signal basé sur un filtre de Kalman. Cet algorithme permet de s'affranchir de tout réglage de la grandeur de la cavité Fabry-Pérot, et de corriger les évolutions aléatoires et lentes des comportements du système optique et électronique causées par des variations des conditions atmosphériques (température, humidité, pression). Cet algorithme permet aussi, et de façon conjointe, d'estimer la déformation de la cavité FP.

Ce présent travail a fait l'objet d'une présentation en conférence IEEE [Chawah et al., 2011] et a été publié dans une revue IEEE/OSA [Chawah et al., 2012] également présenté à la fin de ce chapitre.

### 1.2.1 Application de la modulation de longueur d'onde dans l'estimation du déplacement

La modulation du courant d'injection de la DL entraîne à la fois une modulation d'amplitude du signal interférométrique et une modulation de longueur d'onde de la lumière. La première est directement proportionnelle au courant avec un coefficient multiplicatif de conversion, la deuxième s'écrit [Li et al., 2009] :

$$\lambda(t) = \lambda_0 + \beta i_m(t), \quad (1.3)$$

avec

- $\lambda_0 \approx 1310 \text{ nm}$  : longueur d'onde induite d'un courant nominal  $i_0 \approx 30 \text{ mA}$ ,
- $\lambda(t)$  : longueur d'onde instantanée,
- $\beta$  : coefficient de modulation de la longueur d'onde,
- $i_m(t)$  : intensité du courant modulé de la DL.

Soit  $m_\lambda(t)$  un paramètre adimensionnel de l'ordre de  $10^{-5}$ . Ce paramètre est une image de la fluctuation du courant de la diode et il vérifie l'égalité  $-\lambda_0 m_\lambda(t) = \beta i_m(t)$ . Un développement limité

de Taylor au premier ordre de l'équation (1.3) permet d'écrire :

$$\begin{aligned}\lambda(t) &= \lambda_0[1 - m_\lambda(t)] \\ &\approx \frac{\lambda_0}{1 + m_\lambda(t)}.\end{aligned}\tag{1.4}$$

Nous choisissons cette dernière forme de fonction de la longueur d'onde instantanée pour une écriture plus explicite de la phase (1.1). D'autre part, la longueur  $D(t)$  de la cavité EFFPI peut être décomposée en une somme de deux termes :

$$D(t) = N_0\lambda_0/2 + d(t),\tag{1.5}$$

où

- $N_0$  est le nombre entier de demi longueurs d'ondes qui séparent la cible de la fibre (de l'ordre de  $10^6$  dans nos applications) ;
- $d(t)$  est le mouvement de la cible autour de  $N_0\lambda_0/2$  (de l'ordre de quelques  $\lambda_0$ ).

En remplaçant  $\lambda(t)$  et  $D(t)$  dans (1.1) par leurs expressions (1.4) et (1.5), la phase devient :

$$\begin{aligned}\Phi(t) &= 2\pi n \frac{N_0\lambda_0/2 + d(t)}{\lambda_0/2} [1 + m_\lambda(t)] \\ &= 2\pi n \left[ \frac{d(t)}{\lambda_0/2} + N_0 + N_0 m_\lambda(t) + \frac{d(t)m_\lambda(t)}{\lambda_0/2} \right].\end{aligned}\tag{1.6}$$

Notons

- que  $N_0$  disparaît par modulo  $2\pi$  dans l'expression du signal  $s(t)$  en sortie de la PD et fait intervenir un cosinus,
- que  $\frac{d(t)m_\lambda(t)}{\lambda_0/2}$  est de l'ordre de  $10^{-3}$  et donc négligeable devant les autres termes,
- par  $d_r(t) = \frac{d(t)}{\lambda_0/2}$  le déplacement réduit de la cible,
- par  $m(t) = N_0 m_\lambda(t)$  la modulation du déplacement réduit.

La définition de la phase modulée devient alors :

$$\Phi(t) = 2\pi n [d_r(t) + m(t)].\tag{1.7}$$

Nous remarquons que le terme  $m(t)$  est de même dimension que le déplacement réduit  $d_r(t)$  et peut être interprété comme un déplacement réduit fictif.  $m(t)$  sera utilisé pour générer deux signaux en quadrature de phase mais sera éliminé lors de la démodulation synchrone homodyne. Dans le cas où la cible ne subit pas un déplacement, la phase démodulée est constante. En conséquence, pour maintenir une redondance de l'information utile, un terme déterministe doit être ajouté à la phase (1.7). Ce terme n'est autre qu'une deuxième modulation de la longueur d'onde. Enfin la phase démodulée deux fois s'écrit :

$$\begin{aligned}\Phi(t) &= 2\pi n [d_r(t) + m_1(t) + m_2(t)] \\ &= 2\pi n [x_2(t) + m_2(t)],\end{aligned}\tag{1.8}$$



où

- $m_1(t) = M_{0_1} \sin(2\pi F_{m_1} t + \phi_{m_1})$  est le premier signal modulant la phase. Il joue le rôle d'un déplacement fictif qui facilite le traitement du signal et les corrections lorsque le déplacement réduit réel  $d_r(t)$  est nul ou très faible.  $F_{m_1}$  est de quelques centaines de Hz.
- $m_2(t) = M_{0_2} \sin(2\pi F_{m_2} t + \phi_{m_2})$  est le deuxième signal qui module la phase et qui permet de faire apparaître deux composantes en quadrature.  $F_{m_2}$  est de quelques dizaines de kHz.
- $\phi_{m_1}$  et  $\phi_{m_2}$  sont deux phases quelconques.
- L'indice de réfraction  $n = 1$  pour une propagation dans l'air ambiant.

### 1.2.2 Modèle du signal de sortie de la photo-diode

L'introduction des différents termes liés à la modulation du courant dans l'expression de la puissance optique permet d'obtenir un modèle de  $s(t)$  un peu plus fin que celui présenté au début de ce paragraphe. Ce modèle plus réaliste du signal s'écrit :

$$s(t) = K(t) [1 + C \cos[2\pi d_r(t) + 2\pi m_1(t) + 2\pi m_2(t)]] , \quad (1.9)$$

où

- $C$  est le contraste du signal,
- $K(t) = K_{BF} + K_{m_1}(t) + K_{m_2}(t)$  est la modulation de l'amplitude du signal interférométrique, et :
  - $K_{BF}$  : est une composante supposée continue mais qui peut fluctuer très lentement à cause des changements de température, de pression ou d'une dérive électronique par exemple,
  - $K_{m_1}(t) = K_{0_1} \sin(2\pi F_{m_1} t + \phi_{K_{0_1}})$  est de même origine que  $m_1(t)$ ,
  - $K_{m_2}(t) = K_{0_2} \sin(2\pi F_{m_2} t + \phi_{K_{0_2}})$  est de même origine que  $m_2(t)$ .

L'introduction de (1.8) dans l'expression (1.9) donne :

$$s(t) = K_{BF} + K_{BF}.C \cos \Phi(t) + K_{m_1}(t) + K_{m_2}(t) + K_{m_1}(t).C \cos \Phi(t) + K_{m_2}(t).C \cos \Phi(t), \quad (1.10)$$

qui est de la forme :

$$s(t) = K_{BF} + s_u(t) + s_h(t) + s_p(t). \quad (1.11)$$

Alors que  $s_h(t)$  est un simple signal sinusoïdal à deux harmoniques, les expressions de  $s_u(t)$  et  $s_p(t)$  sont un peu plus compliquées et sont développées dans les sous-sections suivantes.

**Signal utile  $s_u(t)$ , composante prédominante de  $s(t)$** 

$s_u(t)$  est la composante idéale de  $s(t)$  et ne présente qu'une modulation de phase mais pas d'effet de la modulation de la puissance lumineuse. Ce signal qui est facilement démodulable s'écrit :

$$\begin{aligned}
 s_u(t) &= K_{BF} \cdot C \cos \Phi(t) \\
 &= K_{BF} \cdot C \cos[2\pi x_2(t) + 2\pi m_2(t)] \\
 &= K_{BF} \cdot C \cos[2\pi x_2(t)] \cos[2\pi M_{0_2} \sin(2\pi F_{m_2} t + \phi_{m_2})] \\
 &\quad - K_{BF} \cdot C \sin[2\pi x_2(t)] \sin[2\pi M_{0_2} \sin(2\pi F_{m_2} t + \phi_{m_2})].
 \end{aligned} \tag{1.12}$$

Les expansions de Jacobi-Anger (voir annexe A équation (A.4)) nous permettent de développer (1.12) :

$$\begin{aligned}
 s_u(t) &= CK_{BF} J_0(2\pi M_{0_2}) \cos[2\pi x_2(t)] \\
 &\quad - 2CK_{BF} J_1(2\pi M_{0_2}) \sin[2\pi x_2(t)] \sin[2\pi F_{m_2} t + \phi_{m_2}] \\
 &\quad + 2CK_{BF} J_2(2\pi M_{0_2}) \cos[2\pi x_2(t)] \cos[4\pi F_{m_2} t + 2\phi_{m_2}] \\
 &\quad - 2CK_{BF} J_3(2\pi M_{0_2}) \sin[2\pi x_2(t)] \sin[6\pi F_{m_2} t + 3\phi_{m_2}] \\
 &\quad + \dots
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

La figure 1.2 représente le spectre de fréquence du signal  $s(t)$  qui dépend presque exclusivement de  $s_u(t)$ . On peut nettement voir que ce signal est une série d'harmoniques réparties autour des fréquences multiples entiers de  $F_{m_2}$ . On remarque d'après l'équation (1.13) qu'une fois décalés autour de la fréquence nulle, les signaux de la deuxième et de la troisième ligne de (1.13) (entourés par les réponses en fréquences des filtres passe-bande bleu et vert sur la figure 1.2) sont en quadrature de phase. Ce sont les deux signaux que nous cherchons à isoler afin de récupérer la phase  $\Phi(t) = 2\pi x_2(t)$ . Un zoom autour de  $F_{m_2}$  (figure 1.3) fait apparaître des mini-spectres autour de  $F_{m_2} \pm i \cdot F_{m_1}$ ,  $i \in \mathbb{N}^+$ .

**Signal perturbateur  $s_p(t)$** 

$s_p(t)$  est la composante de  $s(t)$  qui est responsable de la modulation d'amplitude. En cas d'absence de modulation du courant de la DL, ce terme n'existe pas.

$$\begin{aligned}
 s_p(t) &= C \cdot K_{0_1} \sin(2\pi F_{m_1} t + \phi_{K_{0_1}}) \cos[2\pi x_2(t) + 2\pi m_2(t)] \\
 &\quad + C \cdot K_{0_2} \sin(2\pi F_{m_2} t + \phi_{K_{0_2}}) \cos[2\pi x_2(t) + 2\pi m_2(t)]
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

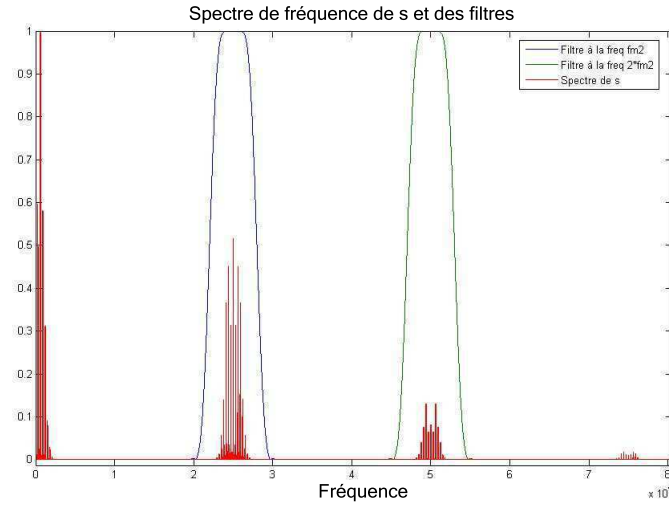


FIG. 1.2: Le spectre de fréquence du signal  $s(t)$  pour  $F_{m1} = 300\text{Hz}$  et  $F_{m2} = 25\text{KHz}$ , et les filtres passe-bandes de démodulation.

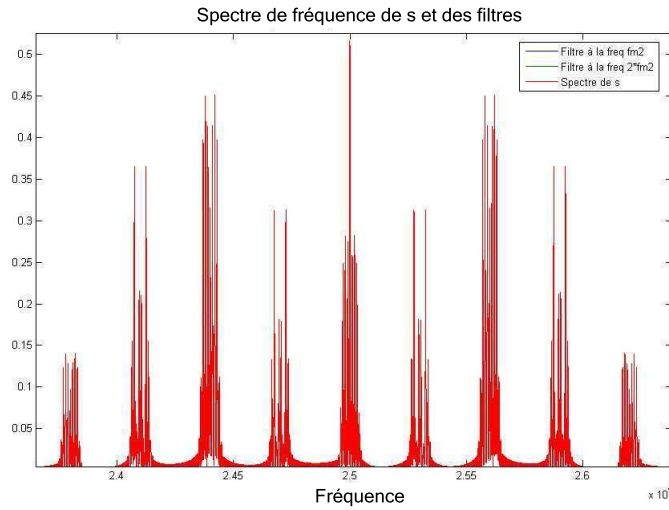


FIG. 1.3: Le spectre de fréquence du signal  $s(t)$  - zoom sur  $F_{m2}$ .

Après l'intervention des expansions Jacobi-Anger (A.4), il vient :

$$\begin{aligned}
 s_p(t) = & C.K_{01}J_0(2\pi M_{02})\cos(2\pi x_2(t))\sin(2\pi F_{m1}t + \phi_{K_{01}}) \\
 & + C.K_{02}J_0(2\pi M_{02})\cos(2\pi x_2(t))\sin(2\pi F_{m2}t + \phi_{K_{02}}) \\
 & - 2C.K_{01}J_1(2\pi M_{02})\sin(2\pi x_2(t))\sin(2\pi F_{m1}t + \phi_{K_{01}})\sin(2\pi F_{m2}t + \phi_{m2}) \\
 & - C.K_{02}J_1(2\pi M_{02})\sin(2\pi x_2(t))\cos(\phi_{K_{02}} - \phi_{m2}) \\
 & + C.K_{02}J_1(2\pi M_{02})\sin(2\pi x_2(t))\cos(4\pi F_{m2}t + \phi_{K_{02}} + \phi_{m2}) \\
 & + 2CK_{01}J_2(2\pi M_{02})\cos(2\pi x_2(t))\sin(2\pi F_{m1}t + \phi_{K_{01}})\cos(4\pi F_{m2}t + 2\phi_{m2}) \\
 & + C.K_{02}J_2(2\pi M_{02})\cos(2\pi x_2(t))\sin(6\pi F_{m2}t + \phi_{K_{02}} + 2\phi_{m2}) \\
 & - C.K_{02}J_2(2\pi M_{02})\cos(2\pi x_2(t))\sin(2\pi F_{m2}t - \phi_{K_{02}} + 2\phi_{m2}) + \dots
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

### 1.2.3 Démodulation et extraction du déplacement de la cible

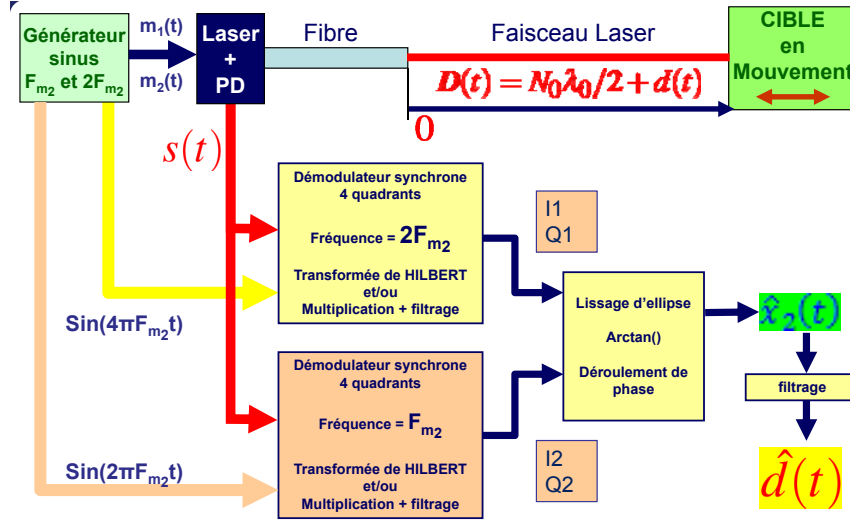


FIG. 1.4: L'Algorithme de démodulation

Comme mentionné auparavant, les signaux en quadrature de phase dérivent des termes dont les spectres sont autour de  $F_{m2}$  et de  $2F_{m2}$ . Pour isoler ces derniers, deux approches sont abordées : la transformée de Hilbert et la démodulation synchrone homodyne.

#### Transformée de Hilbert

Rappel sur le signal analytique et la transformée de Hilbert On appelle signal analytique une fonction complexe du temps dont la transformée de Fourier est la forme unilatérale de celle de la partie réelle [de COULON, 1984]. En notant cette partie réelle par  $s(t)$ , la partie imaginaire par  $\check{s}(t)$  et le signal analytique par  $\tilde{s}(t)$  :

$$\tilde{s}(t) = s(t) + j\check{s}(t),$$

avec

$$\tilde{S}(f) = F\{\tilde{s}(t)\} = S^+(f).$$

En dénotant par  $\check{S}(f)$  la transformée de Fourier de la partie imaginaire  $\check{s}(t)$ , on tire :

$$\check{S}(f) = j.\text{sgn}(-f)S(f) \quad (1.16)$$

qui entraîne l'expression de la transformée de Hilbert du signal  $s(t)$  :

$$\check{s}(t) = \frac{1}{\pi t} * s(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau.$$

Calcul du signal analytique par transformée de Hilbert Soit  $s_{H1}(t)$  et  $s_{H2}(t)$  les résultats successifs du filtrage du signal  $s(t)$  par les filtres passe-bandes bleu et vert de la figure 1.2 (filtres isolant les composantes fréquentielles centrées sur  $F_{m2}$  et  $2F_{m2}$ ) et notons par  $\tilde{s}_{H1}(t)$  et  $\tilde{s}_{H2}(t)$  leurs signaux analytiques calculés par la transformée de Hilbert :

$$\begin{aligned}
 \tilde{s}_{H1}(t) &= -2CK_{BF}J_1(2\pi M_{02})\sin[2\pi x_2(t)]e^{j(2\pi F_{m2}t+\phi_{m2})} \\
 &\quad + K_{02}e^{j(2\pi F_{m2}t+\phi_{K_{02}})} \\
 &\quad + CK_{02}J_0(2\pi M_{02})\cos[2\pi x_2(t)]e^{j(2\pi F_{m2}t+\phi_{K_{02}})} \\
 &\quad - CK_{02}J_2(2\pi M_{02})\cos[2\pi x_2(t)]e^{j(2\pi F_{m2}t+2\phi_{m2}-\phi_{K_{02}})} \\
 &\quad - 2CK_{01}J_1(2\pi M_{02})\sin[2\pi x_2(t)]\sin[2\pi F_{m1}t+\phi_{K_{01}}]e^{j(2\pi F_{m2}t+\phi_{m2})} \\
 \\
 \tilde{s}_{H2}(t) &= 2CK_{BF}J_2(2\pi M_{02})\cos[2\pi x_2(t)]e^{j(4\pi F_{m2}t+2\phi_{m2})} \\
 &\quad + CK_{02}J_1(2\pi M_{02})\sin[2\pi x_2(t)]e^{j(4\pi F_{m2}t+\phi_{K_{02}}+\phi_{m2})} \\
 &\quad + 2CK_{01}J_2(2\pi M_{02})\cos[2\pi x_2(t)]\sin[2\pi F_{m1}t+\phi_{K_{01}}]e^{j(4\pi F_{m2}t+2\phi_{m2})}
 \end{aligned}$$

Les voies en quasi-quadrature de phase ( $I_1(t), Q_1(t)$ ) et ( $I_2(t), Q_2(t)$ ) sont les parties réelles et imaginaires des signaux analytiques  $\tilde{s}_{H1}(t)$  et  $\tilde{s}_{H2}(t)$  ramenées à la fréquence nulle. Celles de  $\tilde{s}_{H1}$  sont :

$$\begin{aligned}
 I_1(t) &= \text{Real}[\tilde{s}_{H1}(t)e^{-j2\pi F_{m2}t}] \\
 &= -2CK_{BF}J_1(2\pi M_{02})\sin[2\pi x_2(t)]\cos(\phi_{m2}) \\
 &\quad + K_{02}\cos(\phi_{K_{02}}) \\
 &\quad + CK_{02}J_0(2\pi M_{02})\cos[2\pi x_2(t)]\cos(\phi_{K_{02}}) \\
 &\quad - CK_{02}J_2(2\pi M_{02})\cos[2\pi x_2(t)]\cos(2\phi_{m2}-\phi_{K_{02}}) \\
 &\quad - 2CK_{01}J_1(2\pi M_{02})\sin[2\pi x_2(t)]\sin[2\pi F_{m1}t+\phi_{K_{01}}]\cos(\phi_{m2})
 \end{aligned} \tag{1.17}$$

$$\begin{aligned}
 Q_1(t) &= \text{Im}[\tilde{s}_{H1}(t)e^{-j2\pi F_{m2}t}] \\
 &= -2CK_{BF}J_1(2\pi M_{02})\sin[2\pi x_2(t)]\sin(\phi_{m2}) \\
 &\quad + K_{02}\sin(\phi_{K_{02}}) \\
 &\quad + CK_{02}J_0(2\pi M_{02})\cos[2\pi x_2(t)]\sin(\phi_{K_{02}}) \\
 &\quad - CK_{02}J_2(2\pi M_{02})\cos[2\pi x_2(t)]\sin(2\phi_{m2}-\phi_{K_{02}}) \\
 &\quad - 2CK_{01}J_1(2\pi M_{02})\sin[2\pi x_2(t)]\sin[2\pi F_{m1}t+\phi_{K_{01}}]\sin(\phi_{m2}),
 \end{aligned} \tag{1.18}$$

et celles de  $\tilde{s}_{H2}(t)$  sont :

$$\begin{aligned}
 I_2(t) &= \text{Real}[\tilde{s}_{H2}(t)e^{-j4\pi F_{m2}t}] \\
 &= 2CK_{BF}J_2(2\pi M_{02})\cos[2\pi x_2(t)]\cos(2\phi_{m2}) \\
 &\quad + CK_{02}J_1(2\pi M_{02})\sin[2\pi x_2(t)]\cos(\phi_{K_{02}}+\phi_{m2}) \\
 &\quad + 2CK_{01}J_2(2\pi M_{02})\cos[2\pi x_2(t)]\sin[2\pi F_{m1}t+\phi_{K_{01}}]\cos(2\phi_{m2})
 \end{aligned} \tag{1.19}$$

$$\begin{aligned}
Q_2(t) &= \text{Im}[\tilde{s}_{H2}(t)e^{-j4\pi F_{m_2}t}] \\
&= 2CK_{BF}J_2(2\pi M_{0_2})\cos[2\pi x_2(t)]\sin(2\phi_{m_2}) \\
&\quad + CK_{0_2}J_1(2\pi M_{0_2})\sin[2\pi x_2(t)]\sin(\phi_{K_{0_2}} + \phi_{m_2}) \\
&\quad + 2CK_{0_1}J_2(2\pi M_{0_2})\cos[2\pi x_2(t)]\sin[2\pi F_{m_1}t + \phi_{K_{0_1}}]\sin(2\phi_{m_2}).
\end{aligned} \tag{1.20}$$

### Démodulation synchrone homodyne

Le calcul du signal analytique par transformée de Hilbert est une opération dans l'absolu non causale. Cette opération ne peut donc pas être utilisée en temps réel. Il existe néanmoins des méthodes approchées, pas simple filtrage, qui peuvent donner de bons résultats. La démodulation synchrone homodyne [Dandridge et al., 1982, Christian et al., 1994] ne pose pas le problème de causalité. Pour assurer une démodulation synchrone, les fréquences des signaux périodiques multipliant  $s(t)$  doivent être exactement des multiples entiers de la fréquence de la modulation utilisée. Ceci est faisable grâce à des cartes analogiques d'acquisition et de génération ayant une horloge commune pour la modulation et la démodulation.  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$ ,  $s_3(t)$  et  $s_4(t)$  sont les signaux résultant des décalages des fréquences  $F_{m_2}$  et  $2F_{m_2}$  dans le signal  $s(t)$  comme le montre la figure 1.5. Prenons  $s_1(t)$  comme modèle :

$$\begin{aligned}
s_1(t) &= s(t) \times \cos(2\pi F_{m_2}t) \\
&= CK_{BF}J_0(2\pi M_{0_2})\cos[2\pi x_2(t)]\cos(2\pi F_{m_2}t) - CK_{BF}J_1(2\pi M_{0_2})\sin[2\pi x_2(t)]\sin(4\pi F_{m_2}t + \phi_{m_2}) \\
&\quad - CK_{BF}J_1(2\pi M_{0_2})\sin[2\pi x_2(t)]\sin(\phi_{m_2}) + CK_{BF}J_2(2\pi M_{0_2})\cos[2\pi x_2(t)]\cos(6\pi F_{m_2}t + 2\phi_{m_2}) \\
&\quad + CK_{BF}J_2(2\pi M_{0_2})\cos[2\pi x_2(t)]\cos(2\pi F_{m_2}t + 2\phi_{m_2}) - CK_{BF}J_3(2\pi M_{0_2})\sin[2\pi x_2(t)]\sin(4\pi F_{m_2}t + 3\phi_{m_2}) \\
&\quad - CK_{BF}J_3(2\pi M_{0_2})\sin[2\pi x_2(t)]\sin(8\pi F_{m_2}t + 3\phi_{m_2}) \\
&\quad + K_{0_1}\sin[2\pi F_{m_1}(t) + \phi_{k_{0_1}}]\cos[2\pi F_{m_2}t] + \frac{K_{0_2}}{2}\sin(4\pi F_{m_2}t + \phi_{k_{0_2}}) + \frac{K_{0_2}}{2}\sin(\phi_{k_{0_2}}) \\
&\quad + CK_{0_1}J_0(2\pi M_{0_2})\cos[2\pi x_2(t)]\sin[2\pi F_{m_1}t + \phi_{k_{0_1}}]\cos[2\pi F_{m_2}t] \\
&\quad + \frac{CK_{0_2}}{2}J_0(2\pi M_{0_2})\cos[2\pi x_2(t)]\sin[\phi_{k_{0_2}}] \\
&\quad + \frac{CK_{0_2}}{2}J_0(2\pi M_{0_2})\cos[2\pi x_2(t)]\sin[4\pi F_{m_2}t + \phi_{k_{0_2}}] \\
&\quad - CK_{0_1}J_1(2\pi M_{0_2})\sin[2\pi x_2(t)]\sin[2\pi F_{m_1}t + \phi_{k_{0_1}}]\sin(\phi_{m_2}) \\
&\quad - CK_{0_1}J_1(2\pi M_{0_2})\sin[2\pi x_2(t)]\sin[2\pi F_{m_1}t + \phi_{k_{0_1}}]\sin(4\pi F_{m_2}t + \phi_{m_2}) \\
&\quad - CK_{0_2}J_1(2\pi M_{0_2})\sin[2\pi x_2(t)]\cos[\phi_{k_{0_2}} - \phi_{m_2}]\cos(2\pi F_{m_2}t) \\
&\quad + \frac{CK_{0_2}}{2}J_1(2\pi M_{0_2})\sin[2\pi x_2(t)]\cos[6\pi F_{m_2}t + \phi_{k_{0_2}} + \phi_{m_2}] \\
&\quad + \frac{CK_{0_2}}{2}J_1(2\pi M_{0_2})\sin[2\pi x_2(t)]\cos[2\pi F_{m_2}t + \phi_{k_{0_2}} + \phi_{m_2}]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + CK_{01} J_2(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \sin[2\pi F_{m1}t + \phi_{k_{01}}] \cos(6\pi F_{m2}t + 2\phi_{m2}) \\
& + CK_{01} J_2(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \sin[2\pi F_{m1}t + \phi_{k_{01}}] \cos(2\pi F_{m2}t + 2\phi_{m2}) \\
& + \frac{CK_{02}}{2} J_2(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \sin[8\pi F_{m2}t + 2\phi_{m2} + \phi_{k_{02}}] \\
& + \frac{CK_{02}}{2} J_2(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \sin[4\pi F_{m2}t + 2\phi_{m2} + \phi_{k_{02}}] \\
& - \frac{CK_{02}}{2} J_2(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \sin[4\pi F_{m2}t + 2\phi_{m2} - \phi_{k_{02}}] \\
& - \frac{CK_{02}}{2} J_2(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \sin[2\phi_{m2} - \phi_{k_{02}}]
\end{aligned}$$

Le filtre passe-bas élimine les signaux autour des fréquences multiples de  $F_{m2}$ . On retrouve aux sorties des filtres (figure 1.5) les voies en quadrature proportionnelles à celles calculées par la transformée de Hilbert :

$$\begin{aligned}
I_1(t) = & -CK_{BF} J_1(2\pi M_{02}) \sin[2\pi x_2(t)] \sin(\phi_{m2}) \\
& + \frac{K_{02}}{2} \sin(\phi_{K_{02}}) \\
& + \frac{CK_{02}}{2} J_0(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \sin(\phi_{K_{02}}) \\
& - \frac{CK_{02}}{2} J_2(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \sin(2\phi_{m2} - \phi_{K_{02}}) \\
& - CK_{01} J_1(2\pi M_{02}) \sin[2\pi x_2(t)] \sin[2\pi F_{m1}t + \phi_{K_{01}}] \sin(\phi_{m2})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_1(t) = & -CK_{BF} J_1(2\pi M_{02}) \sin[2\pi x_2(t)] \cos(\phi_{m2}) \\
& + \frac{K_{02}}{2} \cos(\phi_{K_{02}}) \\
& + \frac{CK_{02}}{2} J_0(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \cos(\phi_{K_{02}}) \\
& - \frac{CK_{02}}{2} J_2(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \cos(2\phi_{m2} - \phi_{K_{02}}) \\
& - CK_{01} J_1(2\pi M_{02}) \sin[2\pi x_2(t)] \sin[2\pi F_{m1}t + \phi_{K_{01}}] \cos(\phi_{m2})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_2(t) = & CK_{BF} J_2(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \cos(2\phi_{m2}) \\
& + \frac{CK_{02}}{2} J_1(2\pi M_{02}) \sin[2\pi x_2(t)] \cos(\phi_{K_{02}} + \phi_{m2}) \\
& + CK_{01} J_2(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \sin[2\pi F_{m1}t + \phi_{K_{01}}] \cos(2\phi_{m2})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_2(t) = & -CK_{BF} J_2(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \sin(2\phi_{m2}) \\
& - \frac{CK_{02}}{2} J_1(2\pi M_{02}) \sin[2\pi x_2(t)] \sin(\phi_{K_{02}} + \phi_{m2}) \\
& - CK_{01} J_2(2\pi M_{02}) \cos[2\pi x_2(t)] \sin[2\pi F_{m1}t + \phi_{K_{01}}] \sin(2\phi_{m2}).
\end{aligned}$$

La phase  $\phi_{m2}$  est inconnue et prend une valeur différente à chaque nouveau démarrage du système. Deux cas spéciaux se présentent :

- si  $\phi_{m2} = 0 \rightarrow \sin(\phi_{m2}) = 0 \rightarrow I_1(t) \text{ et } Q_2(t) \ll I_2(t) \text{ et } Q_1(t)$ , par suite le choix de  $I_1(t)$  ou  $Q_2(t)$  comme signaux en quadrature de phase aboutit à un calcul bruité,

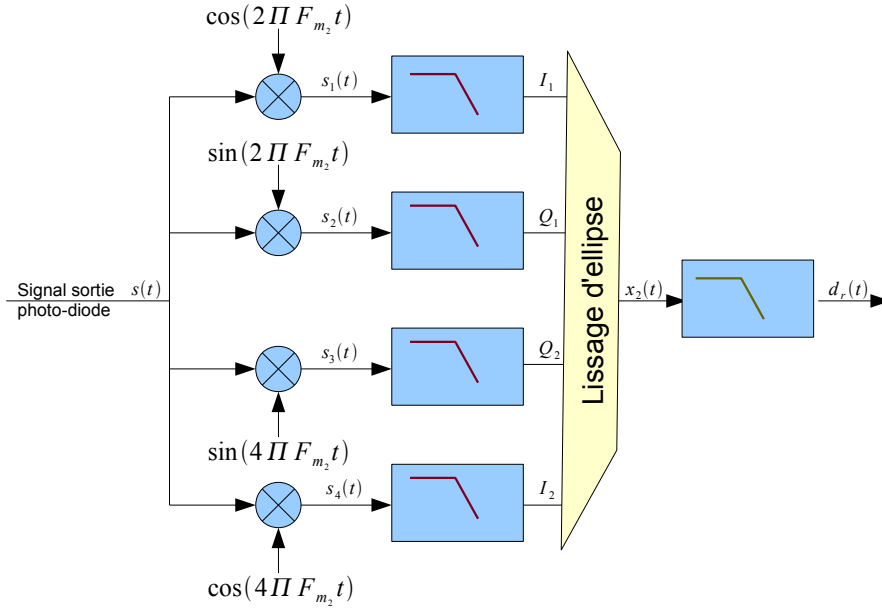


FIG. 1.5: Schéma bloc de la démodulation homodyne. Les filtres passe-bas utilisés sont des filtres de Butterworth d'ordre 4.

- si  $\phi_{m_2} = k\frac{\pi}{2} \rightarrow \cos(\phi_{m_2}) = 0 \rightarrow I_2(t) \text{ et } Q_1(t) \ll I_1(t) \text{ et } Q_2(t)$ , par suite le choix de  $I_2(t)$  ou  $Q_1(t)$  comme signaux en quadrature de phase aboutit à un calcul bruité.

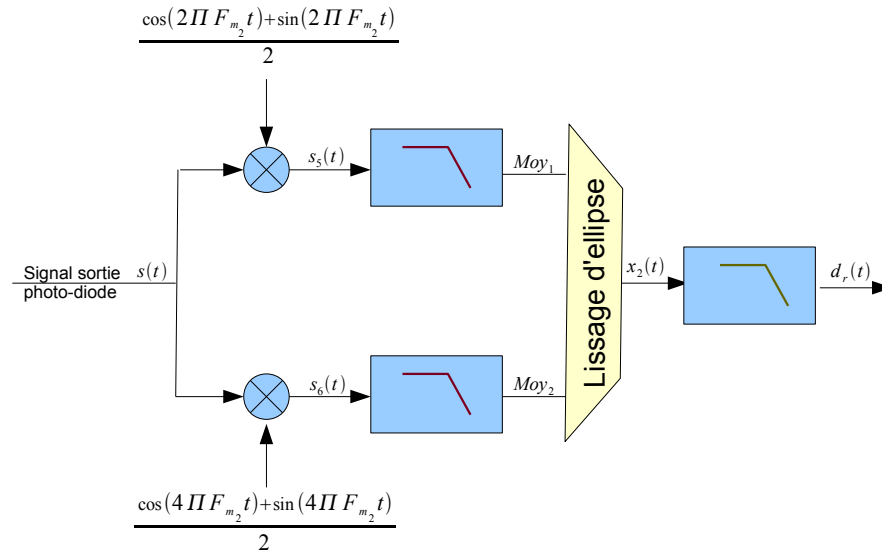
Pour éviter un tel cas, une solution abordable est de choisir comme signaux en quadrature la moyenne de  $I_1(t)$  et  $Q_1(t)$  d'un côté et la moyenne de  $I_2(t)$  et  $Q_2(t)$  d'un autre. L'algorithme représenté dans la figure 1.6 répond à cette demande tout en réduisant le nombre de multiplications synchrones et de filtres et donc le nombre de calculs par rapport à la figure 1.5.

#### 1.2.4 Lissage de la courbe de Lissajous et estimation de la phase

Nous avons conçu une carte électronique analogique pour la démodulation synchrone homodyne du signal  $s(t)$  avec l'architecture représentée sur la figure 1.5. Cette carte a été ultérieurement remplacée par un algorithme de traitement numérique du signal avec le système LabVIEW® et du matériel d'acquisition de National Instruments NI®. Suivant les conditions initiales provenant de l'électronique (l'angle  $\phi_{m_2}$ ), le choix du représentant de chacun des couples de signaux en phase ( $I_1(t), Q_1(t)$ ) et ( $I_2(t), Q_2(t)$ ) est pris manuellement selon leurs amplitudes. Soit  $I(t)$  le représentant du premier couple et  $Q(t)$  celui du deuxième.

Considérons le cas simpliste où seule la composante  $s_u(t)$  est présente dans le signal modulé  $s(t)$ , ce qui revient à négliger la modulation de l'amplitude du signal optique et les effets de température. Après démodulation synchrone des 2 composantes centrées autour de  $F_{m_2}$  et de  $2F_{m_2}$ , nous obtenons



FIG. 1.6: *Algorithme auxiliaire de la démodulation homodyne.*

les voies  $I(t)$  et  $Q(t)$  qui peuvent s'écrire simplement :

$$\begin{aligned} I(t) &= I_u \sin(\Phi(t)) \\ Q(t) &= Q_u \cos(\Phi(t)), \end{aligned} \quad (1.21)$$

où  $I_u$  et  $Q_u$  représentent les amplitudes respectives de  $I(t)$  et  $Q(t)$ , et dépendent de l'indice de modulation à la fréquence  $F_{m2}$  et des différents gains de l'électronique de conditionnement des signaux. De plus, l'amplitude de la modulation du courant peut être réglée de telle façon que  $I_u = Q_u$ . Dans ce cas idéal, la représentation de  $Q(t)$  en fonction de  $I(t)$  donne une courbe de Lissajous en forme de cercle et la phase  $\Phi(t)$  peut être déterminée par une simple fonction arc tangente suivie éventuellement d'un simple déroulement de phase.

Or en réalité,  $s(t)$  contient plusieurs composantes en addition à  $s_u(t)$ . Dans ce cas plus réaliste, les voies  $I(t)$  et  $Q(t)$  s'écrivent :

$$\begin{aligned} I(t) &= [I_u + I_{p_{m1}} \sin(2\pi F_{m1} t + \phi_{K0_1})] \sin[2\pi x_2(t)] + I_{p_{m2}} \cos[2\pi x_2(t)] + I_h \\ Q(t) &= [Q_u + Q_{p_{m1}} \sin(2\pi F_{m1} t + \phi_{K0_1})] \cos[2\pi x_2(t)] + Q_{p_{m2}} \sin[2\pi x_2(t)] + Q_h. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Cette dernière forme des signaux en quasi-quadrature est intéressante puisqu'elle montre explicitement les origines des distorsions par rapport à une courbe de Lissajous en forme d'ellipse simple ou de cercle. La courbe de Lissajous formée par ces deux signaux est représentée sur la figure 1.7.  $I_u$  et  $Q_u$  proviennent de  $s_u(t)$  et donnent à la courbe sa forme elliptique. Les termes  $I_h$  et  $Q_h$  dérivent de  $s_h(t)$  et causent le décentrage de l'ellipse.  $I_{p_{m2}}$ ,  $Q_{p_{m2}}$ ,  $I_{p_{m1}}$  et  $Q_{p_{m1}}$  figurent dans  $s_p(t)$ . Les deux premiers ont comme origine la modulation haute fréquence (HF) et conduisent à l'inclinaison de l'ellipse tandis que les deux derniers sont créés par la modulation basse fréquence (BF) et induisent

le caractère logarithmique qui s'ajoute sur l'équation de l'ellipse. Ainsi pour maintenir un aspect elliptique à la courbe de Lissajous, il faut soigneusement choisir l'amplitude de la modulation BF. Dans la suite, on adoptera la forme d'équations suivante :

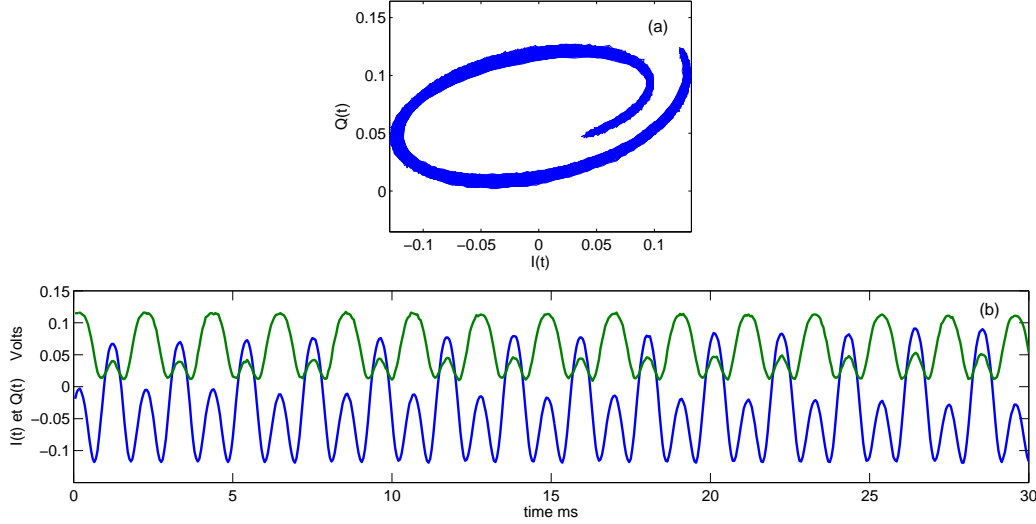


FIG. 1.7: Courbe de Lissajous expérimentale (a) formée par les signaux (b) en quasi-quadrature de phase acquis à la sortie de la démodulation homodyne. Les axes principaux et secondaires ont comme valeurs instantanées  $2A_I(t)$  et  $2A_Q(t)$ , et le centre a comme coordonnées  $(B_I(t), B_Q(t))$  (voir la figure 1.8). À noter que l'amplitude de la modulation BF est intentionnellement augmentée pour montrer l'effet spirale de la courbe de Lissajous.

$$\begin{aligned} I(t) &= A_I(t) \cos[2\pi(d_r(t) + m_1(t))] + B_I(t), \\ Q(t) &= A_Q(t) \sin[2\pi(d_r(t) + m_1(t)) + \alpha(t)] + B_Q(t). \end{aligned} \quad (1.23)$$

Afin d'estimer la phase, nous cherchons à calculer en temps réel les coefficients des équations (1.23) et donc les paramètres instantanés de la courbe de Lissajous. Remarquons qu'en absence de la modulation BF  $m_1(t)$  et si la cible ne subit pas un mouvement ( $d_r(t)$  est constante),  $I(t)$  et  $Q(t)$  décrivent un point à travers lequel passe une infinité de courbes elliptiques.  $m_1(t)$  a le rôle de maintenir un système déterminé et une trajectoire elliptique. À la sortie des blocs de démodulation, les signaux sont discrétisés et l'équivalent de (1.23) à temps discret est :

$$\begin{aligned} I_k &= A_{Ik} \cos[2\pi x_{2k}] + B_{Ik} \\ Q_k &= A_{Qk} \sin[2\pi x_{2k} + \alpha_k] + B_{Qk}. \end{aligned} \quad (1.24)$$

Dans [Loffeld, 1994], l'auteur propose une solution basée sur le filtre de Kalman pour le calcul de la phase d'un signal modulé en phase et d'amplitude inconnue et variable. Durant le processus suivi, Loffeld considère que les amplitudes des 2 voies en quadrature sont égales et la phase additive ( $\alpha_k$ )

est nulle. Sa solution n'est donc pas fiable dans notre cas, et même non applicable. Pour rendre les deux signaux de même amplitude, d'autres auteurs [Dandridge et al., 1982, Li et al., 2009] ont choisi de régler les paramètres des modulations et donc les arguments de la première et la deuxième fonction de Bessel (voir annexe A) mais ils n'ont pas tenu compte du terme oscillant dans (1.22) qui donne l'aspect spirale à la courbe de Lissajous. Cependant, la méthode que nous avons développée est différente : nous ne cherchons pas à régler les paramètres de la courbe de Lissajous, mais à suivre leur évolution dans le temps. Même s'ils ne sont pas en quadrature parfaite, les signaux  $I_k$  et  $Q_k$  décrivent une ellipse-spirale de centre  $(B_{I_k}, B_{Q_k})$  et inclinée d'un angle  $\varphi_k$  de l'axe principal de grandeur  $2A_{I_k}$  et d'un angle  $(\frac{\pi}{2} - \varphi_k)$  de l'axe secondaire de grandeur  $2A_{Q_k}$ . En estimant ces valeurs par lissage instantané et dynamique de l'ellipse, l'équation (1.24) peut se normaliser et le problème se réduit à un simple calcul d'arc tangente.

Le lissage des coniques [Wang et al., 2002, Chojnacki et al., 2000] est un sujet très étudié dans la littérature avec des applications à la localisation d'objets pour la robotique [Boley and Sutherland, 1998], à la vidéomicroscopie [Dufrenois, 2001] et au traitement d'images [Cabrera and Meer, 1996, Ellis et al., 1992, HALIR and FLUSSER, 1998]. Une des plus anciennes techniques de reconnaissance des formes est la transformation de Hough [Zhang, 1997, Lu and Tan, 2008]. Cette technique demande de grands espaces mémoire pour le regroupement de données et donne une estimation difficilement applicable en temps réel et de faible précision. L'ellipse est un cas particulier des coniques, le lissage d'ellipse se ramène donc à un problème d'optimisation avec la contrainte que l'équation implicite de la conique qui dépend de 6 paramètres représente bien une ellipse et non une hyperbole ou une parabole. Les méthodes d'optimisation par moindres carrés (LS) sont très répandues [Rosin, 1993]. On peut citer aussi la méthode des moindres carrés récursive « Recursive Total Least Squares RTLS » [Boley and Sutherland, 1993] et la méthode numériquement stable « Numerically stable direct least squares method » [HALIR and FLUSSER, 1998]. Ces estimations par LS risquent cependant d'être biaisées. Pour faire face à ces problèmes, des démarches alternatives par itération de matrices de covariance d'erreur de prédiction [Porrill, 1990, Rosin and West, 1990] ou par itération des valeurs propres de ces matrices de covariance pondérées par une technique à maximum de vraisemblance « Maximum Likelihood » [Kanazawa and Kanatani, 1996] [Matei and Meer, 2000] ont été proposées. Le coût calculatoire de ces méthodes est assez élevé. Un des algorithmes les plus récents est le lissage d'ellipse par « Bootstrapping » [Cabrera and Meer, 1996].

Les avancements dans le domaine du lissage d'ellipse pour des applications de robotique et de traitement d'image exposent l'ellipse comme un état statique traité en blocs. Ce qui est avantageux pour notre problème d'estimation des paramètres d'ellipse évoluant dans le temps est le traitement des données à fur et à mesure de leur arrivée dans le temps. Un des algorithmes adaptatifs les plus utilisés pour ce genre de problème est le filtrage de Kalman. Il s'adapte aux changements temporaires des paramètres de l'ellipse, et les met à jour à chaque occurrence d'un nouveau couple de point  $(I_k, Q_k)$ . Dans [Werghi and Doignon, 1995, Werghi et al., 1996], les auteurs ont établi une re-

lation non-linéaire entre les paramètres coniques de l'ellipse et les coordonnées des points mesurés. Cependant, le problème de biais d'estimation par le filtre de Kalman étendu (EKF) persiste. Ces auteurs ont proposé de corriger le biais de l'EKF en ajoutant au critère normal d'erreur une correction qui est une distance orthogonale entre le point mesuré et l'ellipse estimée. Outre les essais de correction du biais de l'EKF, le fait de linéariser une relation non-linéaire en dérivant l'équation d'observation ajoute au calcul une erreur d'estimation que nous voulons éviter. Dans les paragraphes qui suivent, nous décrivons comment passer du système d'équations cartésiennes de l'ellipse (1.24) à sa forme conique (polynômiale) pour construire une relation de mesure linéaire et par suite estimer ses paramètres par le simple filtre de Kalman KF adaptatif [Kalman, 1960, Haykin, 1991]. Enfin les signaux  $(I_k, Q_k)$  sont normalisés et le calcul de la phase contenant le déplacement de notre cible devient possible.

### Équation polynômiale d'une ellipse

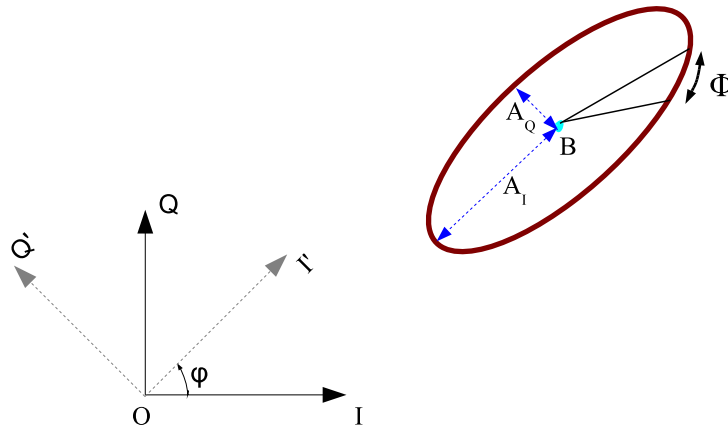


FIG. 1.8: L'ellipse dans le repère  $(O, I, Q)$  et  $(O, I', Q')$

Considérons l'ellipse représentée dans la figure 1.8. Son équation cartésienne dans le repère  $(O, I', Q')$  est :

$$\begin{cases} I' = A_I \cos(\Phi) + B_I \\ Q' = A_Q \sin(\Phi) + B_Q, \end{cases} \quad (1.25)$$

et sa forme canonique est :

$$\frac{(I' - B_I)^2}{A_I^2} + \frac{(Q' - B_Q)^2}{A_Q^2} = 1, \quad (1.26)$$

ainsi

$$A_Q^2(I' - B_I)^2 + A_I^2(Q' - B_Q)^2 - A_I^2 A_Q^2 = 0. \quad (1.27)$$

Soit  $(O, I, Q)$  un repère fixe dans lequel  $(O, I', Q')$  a subi une rotation d'un angle  $\varphi$  :

$$\begin{cases} I' = I \cdot \cos \varphi + Q \cdot \sin \varphi \\ Q' = -I \cdot \sin \varphi + Q \cdot \cos \varphi. \end{cases} \quad (1.28)$$

En remplaçant  $I'$  et  $Q'$  dans (1.27) par leurs valeurs (1.28), on trouve l'équation polynômiale de l'ellipse dans le repère (O,I,Q) :

$$(A_Q^2 \cos^2 \varphi + A_I^2 \sin^2 \varphi)I^2 + (2A_Q^2 \cos \varphi \sin \varphi - 2A_I^2 \cos \varphi \sin \varphi)IQ + (A_Q^2 \sin^2 \varphi + A_I^2 \cos^2 \varphi)Q^2 + (2A_I^2 B_Q \sin \varphi - 2A_Q^2 B_I \cos \varphi)I + (-2A_Q^2 B_I \sin \varphi - 2A_I^2 B_Q \cos \varphi)Q + A_Q^2 B_I^2 + A_I^2 B_Q^2 - A_I^2 A_Q^2 = 0 \quad (1.29)$$

qui a la forme d'une équation d'une conique :

$$a \cdot I^2 + b \cdot IQ + c \cdot Q^2 + d \cdot I + e \cdot Q + f = 0. \quad (1.30)$$

La comparaison entre (1.29) et (1.30) donne :

$$\begin{aligned} a &= A_Q^2 \cos^2 \varphi + A_I^2 \sin^2 \varphi \\ b &= 2A_Q^2 \cos \varphi \sin \varphi - 2A_I^2 \cos \varphi \sin \varphi \\ c &= A_Q^2 \sin^2 \varphi + A_I^2 \cos^2 \varphi \\ d &= 2A_I^2 B_Q \sin \varphi - 2A_Q^2 B_I \cos \varphi \\ e &= -2A_Q^2 B_I \sin \varphi - 2A_I^2 B_Q \cos \varphi \\ f &= A_Q^2 B_I^2 + A_I^2 B_Q^2 - A_I^2 A_Q^2. \end{aligned} \quad (1.31)$$

### Suivi adaptif des paramètres polynômiaux de la Lissajous par un filtre de Kalman

On remarque que la somme  $a + c = A_I^2 + A_Q^2 > 0$  (Pour une hyperbole  $a + c = A_{h_I}^2 - A_{h_Q}^2$  et pour une parabole  $a + c = \frac{A_{pQ}}{A_{pI}^2}$ ).

On peut donc définir une valeur  $\gamma$  telle que

$$\begin{aligned} \gamma a + \gamma c &= 1, \\ \gamma &= \frac{1}{A_I^2 + A_Q^2}. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Cette dernière équation force les paramètres de l'équation polynômiale à décrire une ellipse sans confusion avec un autre genre de conique. Cette expression permet donc de transformer le problème d'optimisation sous contrainte à un problème d'optimisation simple, sans contraintes. Ainsi, l'estimation des paramètres se résout en intégrant (1.32) dans (1.30) :

$$\begin{aligned} \gamma a \cdot I^2 + \gamma b \cdot IQ + \gamma c \cdot Q^2 + \gamma d \cdot I + \gamma e \cdot Q + \gamma f &= 0, \\ \gamma a \cdot (I^2 - Q^2) + \gamma b \cdot IQ + \gamma d \cdot I + \gamma e \cdot Q + \gamma f &= -Q^2. \end{aligned} \quad (1.33)$$

Les paramètres de l'ellipse changent pour chaque nouveau couple  $(I_k, Q_k)$  mesuré. La procédure de mesure, l'électronique et la conversion analogique-numérique peuvent perturber les valeurs de  $I_k$  et  $Q_k$  par un faible bruit additif supposé Gaussien. Cependant, l'équation (1.33) contient des termes quadratiques de  $I_k$  et de  $Q_k$  et le bruit additif Gaussien se transforme alors en un bruit de Rayleigh additif et un terme de bruit Gaussien multiplicatif. Ces phénomènes de transformation de processus Gaussien par les opérations quadratiques de passage de coordonnées polaires en formulation

canonique de l'équation d'une ellipse sont complexes. Cependant, les très nombreuses mesures que nous avons pu faire avec les dispositifs expérimentaux de LINES ont montré que l'électronique de conditionnement, les dispositifs optiques et les filtres de démodulation synchrone donnent un rapport signal/bruit suffisamment élevé pour que les composantes non Gaussiennes du bruit puissent être négligées dans nos traitements. Par suite, (1.33) peut s'écrire de façon à satisfaire le modèle d'observation d'un système linéaire

$$\begin{pmatrix} I_k^2 - Q_k^2 & I_k Q_k & I_k & Q_k & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \gamma a_k \\ \gamma b_k \\ \gamma d_k \\ \gamma e_k \\ \gamma f_k \end{pmatrix} + v_k = -Q_k^2, \quad (1.34)$$

$\mathbf{v}_k$  étant le bruit de mesure, supposé Gaussien à moyenne nulle et de matrice de la variance  $\mathbf{R}_v = \text{var}(\mathbf{v}_k)$ . L'avantage de l'approche KF dans notre problème est sa capacité à mettre à jour l'estimation d'un vecteur d'état  $\mathbf{x}_k = (\gamma a_k; \gamma b_k; \gamma d_k; \gamma e_k; \gamma f_k)$  à chaque occurrence d'un nouveau vecteur observé  $\mathbf{z}_k = -Q_k^2$  et à chaque mise à jour de la matrice d'observation  $\mathbf{H}_k = (I_k^2 - Q_k^2, I_k Q_k, I_k, Q_k, 1)$ . (1.34) est l'équation d'observation d'un problème représenté dans l'espace d'état :

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k. \quad (1.35)$$

Pour faciliter l'adaptation du vecteur d'état  $\mathbf{x}_k$  aux nouvelles mesures acquises et pour éviter une équation d'état déterministe, nous devons tenir compte d'un bruit blanc Gaussien additif  $\mathbf{w}_k = [w_{a_k}; w_{b_k}; w_{d_k}; w_{e_k}; w_{f_k}]$  qui a comme matrice de covariance :

$$\mathbf{R}_w = \begin{pmatrix} \text{var}(w_{a_k}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{var}(w_{b_k}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \text{var}(w_{d_k}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{var}(w_{e_k}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \text{var}(w_{f_k}) \end{pmatrix}.$$

L'équation d'état de notre système est donc :

$$\begin{pmatrix} \gamma a_k \\ \gamma b_k \\ \gamma d_k \\ \gamma e_k \\ \gamma f_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \gamma a_{k-1} \\ \gamma b_{k-1} \\ \gamma d_{k-1} \\ \gamma e_{k-1} \\ \gamma f_{k-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_{a_k} \\ w_{b_k} \\ w_{d_k} \\ w_{e_k} \\ w_{f_k} \end{pmatrix},$$

qui peut s'écrire d'une façon condensée :

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_k. \quad (1.36)$$

L'algorithme de l'estimation instantanée des paramètres de l'ellipse par KF est résumé comme suit :

<p>Pour <math>k = 0, 1, 2, \dots</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1- <math>\mathbf{P}_{k+1 k} = \mathbf{F}[\mathbf{I}_d - \mathbf{L}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_{k k-1} \mathbf{F}^T + \mathbf{R}_w</math></li> <li>2- <math>\mathbf{H}_{k+1} = [(I_{k+1}^2 - Q_{k+1}^2), I_{k+1} \cdot Q_{k+1}, I_{k+1}, Q_{k+1}, 1]</math></li> <li>3- <math>\mathbf{L}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1 k} \mathbf{H}_{k+1}^T [\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1 k} \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_v]^{-1}</math></li> <li>4- <math>\hat{\mathbf{x}}_{k+1 k} = \mathbf{F} \hat{\mathbf{x}}_{k k}</math></li> <li>5- <math>\hat{\mathbf{x}}_{k+1 k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1 k} + \mathbf{L}_{k+1} [-Q_{k+1}^2 - \mathbf{H}_{k+1} \hat{\mathbf{x}}_{k+1 k}]</math></li> </ol>
<p>Conditions initiales</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\mathbf{P}_{0 -1} = \mathbf{P}_0</math></li> <li>2. <math>\mathbf{H}_0 = [(I_0^2 - Q_0^2), I_0 \cdot Q_0, I_0, Q_0, 1]</math></li> <li>3. <math>\mathbf{L}_0 = \mathbf{P}_0 \mathbf{H}_0^T [\mathbf{H}_0 \mathbf{P}_0 \mathbf{H}_0^T + \mathbf{R}_v]^{-1}</math></li> <li>4. <math>\hat{\mathbf{x}}_{0 -1} = \mathbf{x}_0</math></li> <li>5. <math>\hat{\mathbf{x}}_{0 0} = \mathbf{x}_0 + \mathbf{L}_0 [-Q_0^2 - \mathbf{H}_0 \mathbf{x}_0]</math></li> </ol>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\mathbf{F}</math> et <math>\mathbf{H}</math> sont respectivement la matrice d'état et la matrice d'observation,</li> <li>- <math>\hat{\mathbf{x}}</math> est le vecteur d'état estimé, <math>\mathbf{x}</math> est initialisé à <math>\mathbf{x}_0 = 0</math>,</li> <li>- <math>\mathbf{I}_d</math> est la matrice identité,</li> <li>- <math>\mathbf{P}</math> est la matrice de covariance de l'erreur d'estimation et sa valeur initiale est <math>\mathbf{P}_0</math>, et</li> <li>- <math>\mathbf{L}</math> est la matrice de gain du Kalman.</li> </ul>

### Conversion des paramètres polynômiaux en paramètres cartésiens

Le lissage de l'ellipse par KF nous permet d'estimer les paramètres  $\gamma a_k, \gamma b_k, \gamma c_k = (1 - \gamma a_k), \gamma d_k, \gamma e_k$  et  $\gamma f_k$ . Notre but dans ce paragraphe est d'utiliser ces valeurs pour déterminer les paramètres instantanés du système cartésien de la Lissajous ( $A_{Ik}, A_{Qk}, B_{Ik}, B_{Qk}$ ), et de l'inclinaison  $\varphi_k$  de l'ellipse.

On calcule l'angle d'inclinaison  $\varphi_k$  par un simple calcul arithmétique sur les équations (1.31) :

$$\frac{\gamma b_k}{\gamma a_k - \gamma c_k} = \frac{b_k}{a_k - c_k} = \frac{(A_{Qk}^2 - A_{Ik}^2) \sin(2\varphi_k)}{(A_{Qk}^2 - A_{Ik}^2) \cos(2\varphi_k)} = \tan(2\varphi_k),$$

$$\varphi_k = \frac{1}{2} \arctan \frac{b_k}{a_k - c_k} \left[ \frac{\pi}{2} \right]. \quad (1.37)$$

En ayant toujours recours aux équations (1.31), on établit l'équation :

$$(\gamma a_k - \gamma c_k)^2 + (\gamma b_k)^2 = (\gamma A_{Qk}^2 - \gamma A_{Ik}^2)^2. \quad (1.38)$$

On choisit  $\gamma A_{Ik}^2 > \gamma A_{Qk}^2$  et on se sert de la condition (1.32) pour constituer le système d'équations :

$$\begin{cases} \gamma A_{Qk}^2 - \gamma A_{Ik}^2 &= -\sqrt{(\gamma a_k - \gamma c_k)^2 + (\gamma b_k)^2} \\ \gamma A_{Qk}^2 + \gamma A_{Ik}^2 &= 1 \end{cases}, \quad (1.39)$$

et trouver

$$\begin{aligned} \gamma A_{Qk}^2 &= \frac{1 - \sqrt{(\gamma a_k - \gamma c_k)^2 + (\gamma b_k)^2}}{2} \\ \gamma A_{Ik}^2 &= \frac{1 + \sqrt{(\gamma a_k - \gamma c_k)^2 + (\gamma b_k)^2}}{2}. \end{aligned} \quad (1.40)$$

On utilise ces dernières équations pour calculer  $B_{Ik}$  et  $B_{Qk}$

$$\begin{cases} \gamma d_k = 2\gamma A_{Ik}^2 B_{Qk} \sin \varphi_k - 2\gamma A_{Qk}^2 B_{Ik} \cos \varphi_k \\ \gamma e_k = -2\gamma A_{Qk}^2 B_{Ik} \sin \varphi_k - 2\gamma A_{Ik}^2 B_{Qk} \cos \varphi_k \end{cases} \implies \begin{cases} B_{Ik} = \frac{\gamma d_k \cos \varphi_k + \gamma e_k \sin \varphi_k}{-2\gamma A_{Qk}^2} \\ B_{Qk} = \frac{\gamma d_k \sin \varphi_k - \gamma e_k \cos \varphi_k}{2\gamma A_{Ik}^2} \end{cases}. \quad (1.41)$$

Il reste à déterminer  $A_{Ik}^2$  et  $A_{Qk}^2$

$$\gamma f_k = \gamma A_{Qk}^2 B_{Ik}^2 + \gamma A_{Ik}^2 B_{Qk}^2 - \gamma A_{Ik}^2 A_{Qk}^2.$$

Enfin

$$\begin{aligned} A_{Qk}^2 &= \frac{\gamma A_{Qk}^2 B_{Ik}^2 + \gamma A_{Ik}^2 B_{Qk}^2 - \gamma f_k}{\gamma A_{Ik}^2}, \text{ et} \\ A_{Ik}^2 &= \frac{\gamma A_{Qk}^2 B_{Ik}^2 + \gamma A_{Ik}^2 B_{Qk}^2 - \gamma f_k}{\gamma A_{Qk}^2}. \end{aligned} \quad (1.42)$$

## Résultats du lissage d'ellipses par KF

Comme tout système basé sur un filtrage de Kalman adaptatif, une grande importance est accordée au choix des valeurs des matrices de covariance  $\mathbf{R}_v$ ,  $\mathbf{R}_w$  et  $\mathbf{P}$ . Nous considérons les matrices de covariance de mesure et d'état comme des degrés de liberté sur lesquels nous pouvons jouer pour régler la vitesse de convergence du filtre et la variance des estimations. La matrice de covariance de l'erreur  $\mathbf{P}_0$ , quant à elle, est représentative de la confiance que l'on accorde à l'estimation initiale. Pour examiner l'adaptation du filtre de Kalman à un changement soudain des caractéristiques du système, nous avons théoriquement testé le cas où une ellipse subit une déformation brusque (causée par exemple par une petite surtension du courant de la DL, un mouvement inattendu d'une fibre pendulée, ou une poussière sur le miroir-cible dans la cavité Fabry-Pérot, etc...). La figure 1.9 montre un exemple d'un passage d'une ellipse bruitée d'un état à un autre. Nous remarquons la facilité du KF à suivre une évolution rapide des paramètres de l'ellipse. Dans cette dernière simulation, les matrices ont été initialisées comme suit :  $\mathbf{R}_v = 10^{-1}$ ,  $\mathbf{R}_w = 10^{-5} \mathbf{I}_d$ .  $\mathbf{P}_0$  n'ayant une influence



qu'au lancement de l'algorithme, son choix n'a que très peu d'effet sur les qualités des estimations autour des discontinuités. Pour tous les signaux expérimentaux qui ont été acquis, les courbes de Lissajous obtenues étaient assez faiblement perturbées par le bruit, et les paramètres de l'ellipse évoluaient extrêmement lentement, avec des constantes de temps de l'ordre de la dizaine de minutes. De ce fait,  $\mathbf{R}_v$  a été choisi assez grande et  $\mathbf{R}_w$  assez petite relativement aux amplitudes minimales et quadratiques des paramètres de l'ellipse pour garantir une vitesse d'adaptation suffisante tout en assurant un bruit d'estimation suffisamment faible.

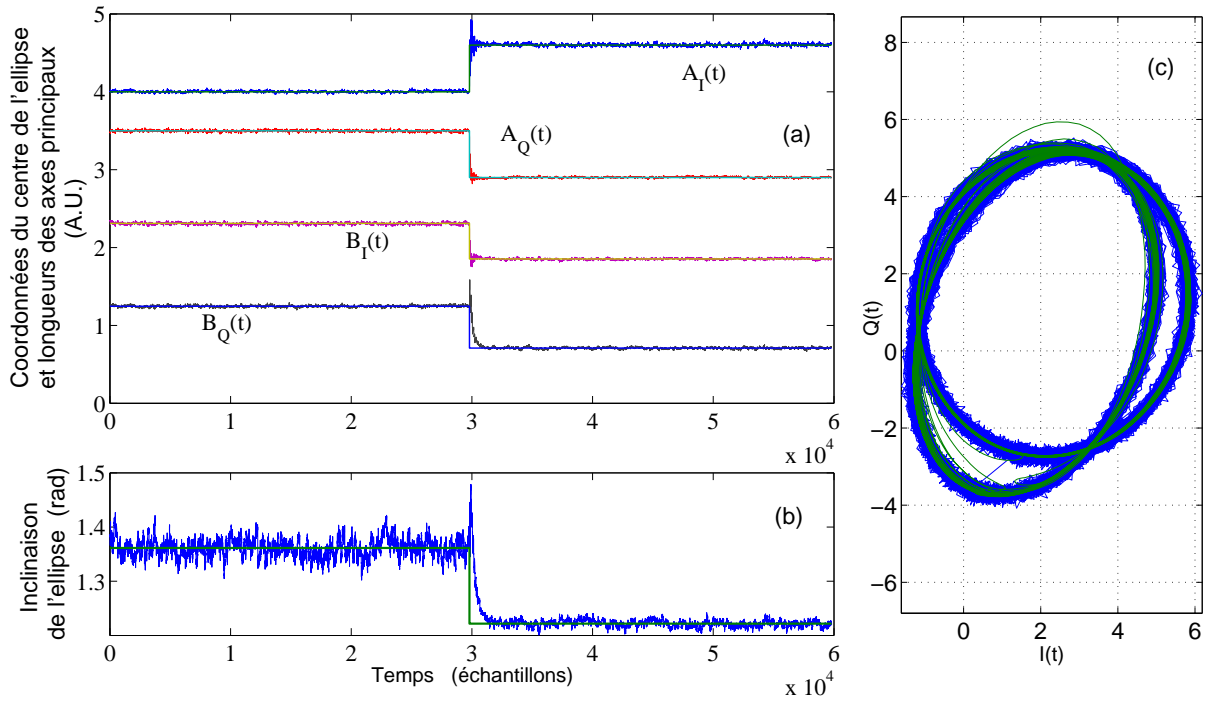


FIG. 1.9: Résultat du test de l'efficacité du filtre de Kalman pour suivre le changement soudain des paramètres de la courbe de Lissajous simulée et bruitée ( $\mathbf{R}_v = 10^{-1}$ ). (a) et (b) représentent l'évolution temporelle des paramètres cartésiens non bruités de la courbe de Lissajous et l'estimation par KF de leurs équivalents après introduction d'un bruit additif sur les voies en quadrature. (c) en bleu : simulation d'une ellipse bruitée par un bruit additif sur les voies en quadrature. (c) en vert : lissage en temps réel de l'ellipse bleue par KF.

### Estimation du déplacement instantané du réflecteur dans la cavité Fabry-Pérot

Reprenons ici les équations (1.24) des signaux en quasi-quadrature de phase :

$$\begin{aligned} I_k &= A_{Ik} \cos(2\pi x_{2k}) + B_{Ik} \\ Q_k &= A_{Qk} \sin(2\pi x_{2k} + \alpha_k) + B_{Qk}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

La valeur instantanée de l'inclinaison de l'ellipse  $\varphi_k$  étant calculée dans (1.37), on exécute une rotation de la courbe de Lissajous de telle façon que les axes principaux de l'ellipse coïncident avec la base du repère  $(O, I, Q)$

$$\begin{aligned} I_{Rk} &= A_{Ik} \cos(2\pi x_{2k}) + B_{Ik} \\ Q_{Rk} &= A_{Qk} \sin(2\pi x_{2k}) + B_{Qk}. \end{aligned} \quad (1.44)$$

Le lissage de l'ellipse en temps réel nous a permis d'estimer à chaque occurrence d'un nouveau couple  $(I_k, Q_k)$  les longueurs des axes principaux et les coordonnées du centre de l'ellipse ainsi que son orientation. On procède donc à la normalisation de la courbe de Lissajous qui devient un cercle de rayon l'unité et centré sur  $O$ . Cette transformation produit deux nouvelles voies en quadrature parfaite de phase :

$$\begin{aligned} I_{Tk} &= \cos(2\pi x_{2k}) \\ Q_{Tk} &= \sin(2\pi x_{2k}). \end{aligned} \quad (1.45)$$

Le résultat de la transformation de l'ellipse-spirale expérimentale de la figure 1.7 en un cercle de

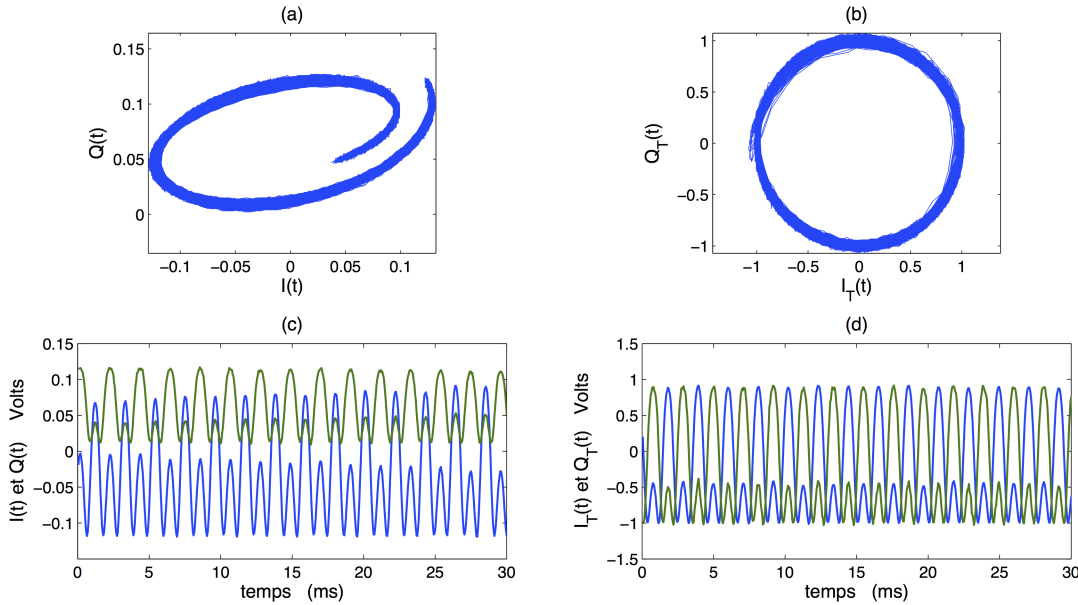


FIG. 1.10: (a) : courbe expérimentale de Lissajous décrite par les signaux en sortie du démodulateur homodyne et représentant une forme en spirale causée par la modulation d'intensité de la diode laser. (b) cercle unité correspondant à (a) après normalisation. (c) Signaux  $I(t)$  et  $Q(t)$  en quasi-quadrature de phase. (d) Signaux  $I_T(t)$  et  $Q_T(t)$  en quadrature parfaite de phase.

rayon l'unité est représenté sur la figure 1.10. Ainsi, après le calcul de l'arc tangente du rapport  $Q_{Tk}/I_{Tk}$ , suivi éventuellement d'une opération de déroulement de phase, on obtient :

$$x_{2k} = \frac{1}{2\pi} \text{unwrap}[\arctan\left(\frac{Q_{Tk}}{I_{Tk}}\right)].$$

La fréquence de la modulation BF qui a servi de déplacement virtuel de la cible est choisie assez élevée de façon à ce qu'un filtre numérique passe-bas puisse enlever cette composante sans distordre le déplacement réduit utile  $d_{rk}$  que l'on souhaite estimer et qui doit posséder un spectre de type basse fréquence à support fréquentiel bien inférieur à  $F_{m1}$ . Enfin, d'après (1.6), on retrouve le déplacement estimé  $d_k$  du réflecteur de la cavité Fabry-Pérot :

$$d_k = \frac{\lambda_0}{2} d_{rk}. \quad (1.46)$$

## 1.3 Résultats en temps réel et effet de la température

### 1.3.1 Solutions matérielles et logicielles adoptées pour le traitement du signal temps réel

Pour valider l'algorithme du traitement en temps réel du signal interférométrique, des premières expériences sont effectuées dans un laboratoire au sous-sol de l'ESEO sur les fondations du bâtiment et loin du passage des étudiants. La génération de la double modulation du courant de la DL et la démodulation du signal de la PD ont été testées sur une même carte analogique qui a spécialement été développée à cet effet. Une attention particulière a été portée à la bonne synchronisation des différentes bases de temps présentes sur la carte pour garantir une démodulation homodyne optimale. Les signaux en quadrature de phase sont acquis par une carte NI-PXIe-5122 (2 entrées analogiques, 100Méch./s, résolution de 14 bit) qui se charge de la conversion analogique-numérique et du transfert des données vers un ordinateur. L'algorithme du filtre de Kalman pour le lissage d'ellipse, le déroulement et le calcul de la phase ainsi que la visualisation des résultats sont implémentés en temps réel grâce au langage LabVIEW®. Nous avons choisi LabVIEW® surtout pour la facilité qu'offre ce système pour établir les communications entre l'unité centrale de calcul et les cartes d'acquisition et de génération (PXIe-5450). Cette architecture est schématisée par la figure 1.11.

Pour pouvoir manipuler le plus de paramètres et de voies possibles, la carte analogique a ensuite été remplacée par un FPGA Virtex 5 programmé sous LabVIEW®. Avec cette solution (figure 1.12), nous bénéficions de la possibilité de modifier l'algorithme et les fréquences des modulations à notre convenance, en plus de multiplier le nombre de voies d'entrées et de sorties (8 entrées analogiques, 750kéch./s, résolution de 16 bit ; 8 sorties analogiques, 1 Méch./s) ce qui permet de traiter plusieurs signaux de photodiode sur une même carte. Par contre l'inconvénient de la solution FPGA est son coût assez élevé. Après la phase de tests avec le FPGA, nous avons convergé vers une solution optimisée sur PC.

Actuellement, les modulations sont générées par des cartes NI-PCIE-6361 (16 entrées analogiques, 1 ou 2Méch./s, résolution de 16 bit ; 2 sorties analogiques, 2.86Méch./s ; 24 entrées/sorties numériques) pilotées directement par un code LabVIEW® sur l'ordinateur. Une optimisation de

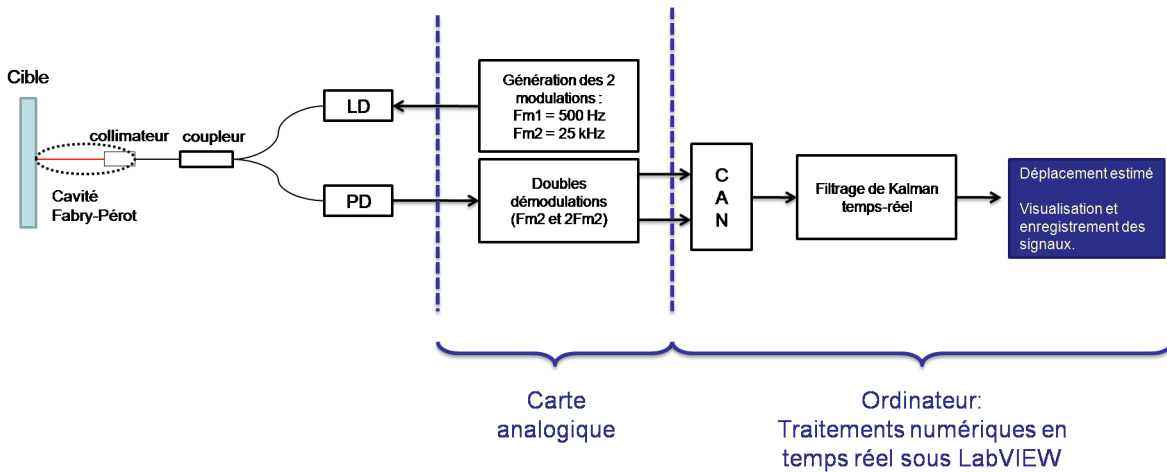


FIG. 1.11: Montage initial: la modulation et la démodulation synchrones sont effectuées sur une carte analogique tandis que le filtrage de Kalman, l'estimation du déplacement, la visualisation et l'enregistrement des résultats sont exécutés sur l'ordinateur.

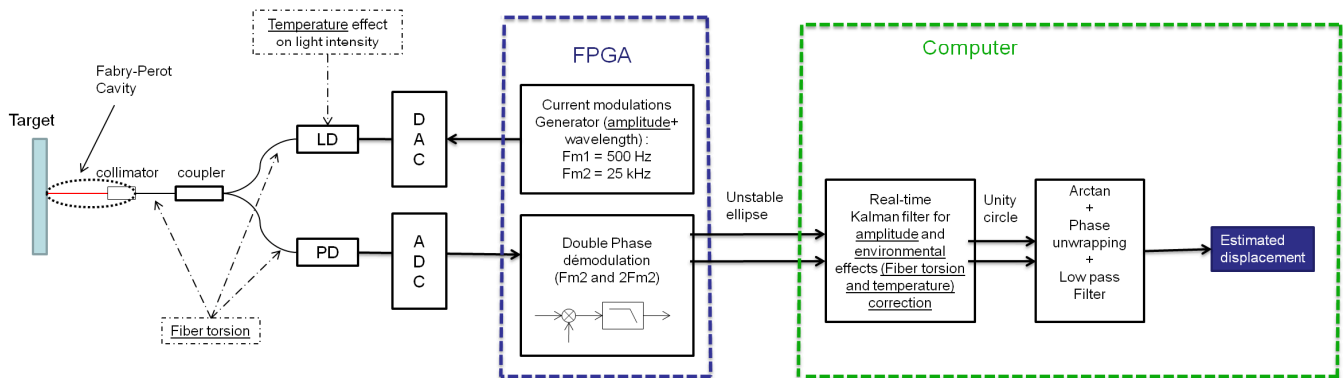


FIG. 1.12: Schéma global de la solution FPGA. La carte FPGA génère les signaux de modulation du courant de la DL et effectue la démodulation en quadrature synchrone en temps réel. L'ordinateur effectue le filtrage de Kalman en temps réel, l'estimation du déplacement et la présentation des résultats.

l'algorithme du traitement du signal de la PD, appuyée sur une bonne performance de l'ordinateur, permet la gestion de la totalité des fonctions.

### 1.3.2 Résultats sur une courte échelle de temps

La diode Laser est montée dans un support à température contrôlée (TCLDM9) de Thorlabs, cette monture étant conçue pour fonctionner avec un contrôleur de courant et un régulateur de température appropriés. Le courant de la diode laser est fourni par un générateur Thorlabs (Laser Diode

Controller LDC202C), il maintient un courant continu (à 30mA d'intensité) qui fixe la longueur d'onde propre  $\lambda_0$  et il permet l'addition d'un courant de modulation grâce à une entrée externe. Le régulateur de température (Thorlabs TED200C) est, quant à lui, censé garder la température de la DL constante au centième de degré. L'ensemble formant le circuit optique (TCLDM9, PD, fibres, coupleur, cavité FP) est monté sur une table optique, ou une plaque optique sans pieds, déposée sur du marbre figure 1.13 qui repose à son tour sur 4 patins le séparant du sol. Les patins servent à atténuer l'effet des vibrations du sol sur la cavité FP.

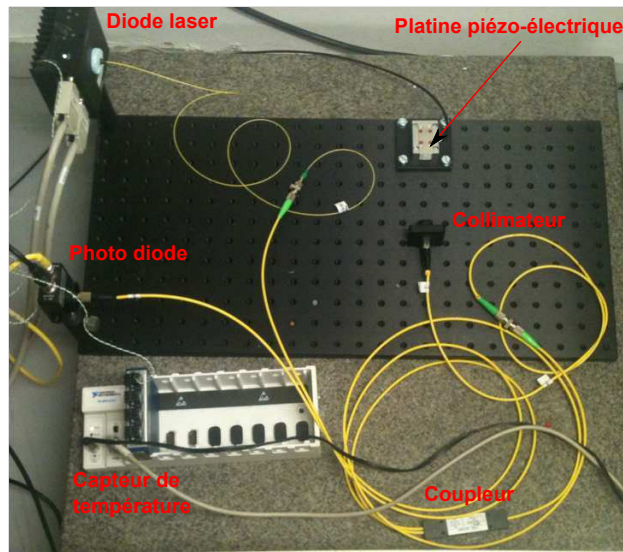


FIG. 1.13: Photo de l'ensemble formant le circuit optique monté sur une plaque optique et déposé sur du marbre.

Le premier montage testé est celui de l'unique cavité Fabry-Pérot. La cible **C** du faisceau laser dispose d'un élément réfléchissant qui, durant les premières expériences, comportait des micro-prismes. Ultérieurement, les microprismes ont été remplacés par un miroir optique plat de réflectivité  $\geq 90\%$ . Le collimateur pointe sur une cible **C** pour former la cavité FP. Dans une première expérience, **C** est vissée sur la table optique et a donc une position fixe par rapport au collimateur. Il est important de suivre l'évolution de la phase optique, et par suite la performance du système de démodulation dans le cas d'une cavité FP statique. Ce test a réussi grâce à la modulation BF qui joue le rôle d'un déplacement fictif et qui maintient une portion elliptique de la courbe de Lissajous. Laisse au calme pendant quelques minutes, les variations du déplacement mesuré de **C** ne dépassent pas le nanomètre. Ce bruit apparent est la conséquence des vibrations dans l'entourage du dispositif expérimental auxquelles s'ajoutent le bruit électrique et les effets de boucle de masse du secteur électrique. Ce dernier problème se résout en unifiant les masses de la source du courant tandis que le premier exige un environnement plus calme et aussi loin que possible de la vie urbaine. Un infime choc mécanique produit par exemple par un marteau d'impact sur le marbre qui maintien la table optique, ou un événement modifiant subitement la pression de la pièce logeant l'expérience,

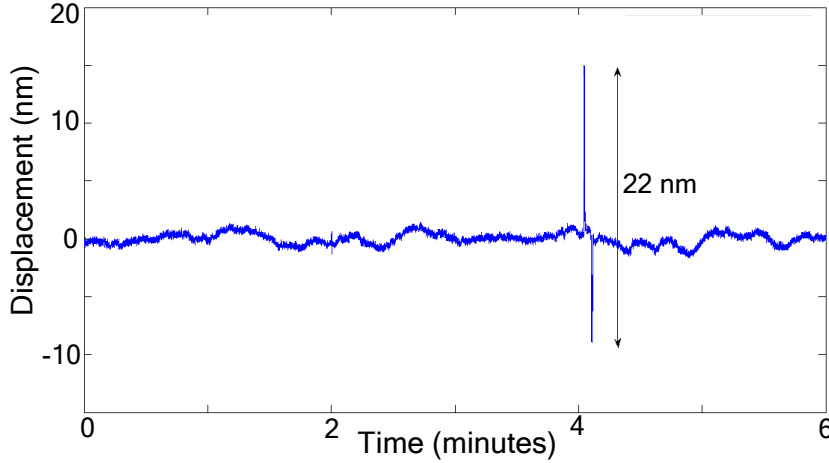


FIG. 1.14: *Résultat expérimental illustrant le niveau du bruit durant quelques minutes de mesure comparé à la réaction du capteur à une pression mécanique subite produisant un déplacement de 22 nm.*

est suffisant pour faire apparaître un signal proportionnel au déplacement. La figure 1.14 illustre un de ces tests.

Dans une deuxième expérience de mesure de courte durée, la cible **C** mobile est entraînée par un transducteur piézo-électrique. Cette expérience est importante pour calibrer notre capteur en comparant la mesure de déplacement par notre capteur à la contremesure capacitive présente sur le moteur piézo-électrique. La différence entre les deux mesures représentée sur la figure 1.15(b) est comparable et de même ordre que le bruit apparent dans l'expérience précédente (figure 1.14). Le biais qui se trouve dans la différence (environ 3.5 nm) est le premier indice de présence d'une dérive thermique, objet de la section suivante.

### 1.3.3 Effet de la température sur la mesure long terme

Lors de la conduite d'expériences sur de longues périodes, un biais d'estimation du déplacement apparaît. Il est dû à la variation de la température ambiante. La figure 1.16 montre la relation directe et étroite entre la température ambiante mesurée et l'estimation du déplacement d'une cible statique par notre capteur. Ceci montre l'influence de la température sur la phase optique. En se référant à l'équation (1.1), nous réécrivons l'équation de la phase afin d'identifier l'influence de la température  $T$  :

$$\Phi(t, T) = 4\pi n(T) \frac{D(t, T)}{\lambda(t, T)}. \quad (1.47)$$

Ainsi, on peut distinguer plusieurs conséquences de la fluctuation de température sur l'ensemble du système : l'évolution de la longueur d'onde d'émission de la DL, l'expansion de la cavité FP et la dépendance de l'indice de réfraction optique du milieu.

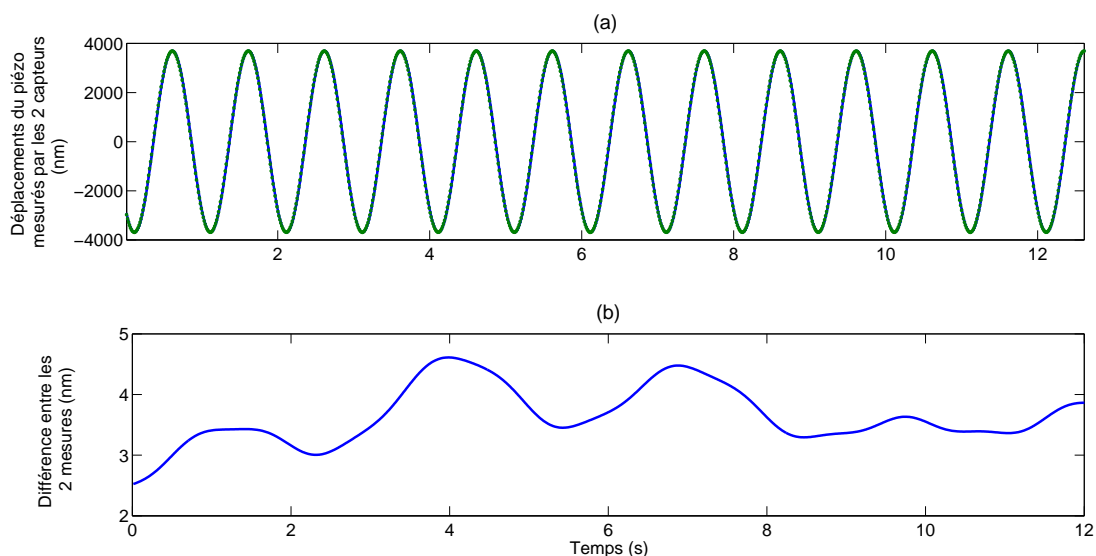


FIG. 1.15: *Résultat expérimental de la cible en déplacement sinusoïdal. (a) montre en bleu la contre-mesure du capteur piézo-électrique et en vert l'estimation du déplacement par le système LINES. (b) illustre la différence entre les deux mesures en nanomètres. Le biais d'estimation est causé par une légère évolution de la température avant l'acquisition.*

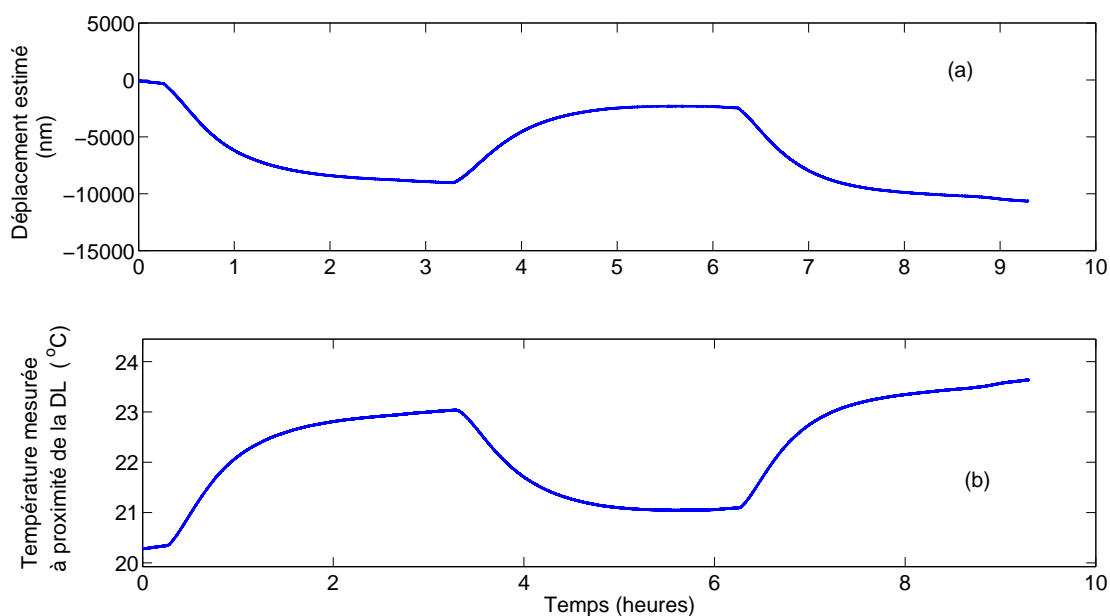


FIG. 1.16: *Mise en évidence de l'influence de la température sur notre mesure. (a) représente le déplacement estimé qui est fortement corrélé à une variation de température montré en (b). Nous concluons un coefficient de sensibilité à la température de l'ordre de  $-3\mu\text{m}/^{\circ}\text{C}$ .*

### Température et longueur d'onde

En l'absence des sauts de mode du laser, la longueur d'onde est une fonction linéaire de la température pour des petites variations de celle-ci. Elle est causée par la dépendance de nombreux paramètres de la diode (courant de seuil, longueur optique de la cavité, niveaux de Fermi du matériau, longueur d'onde centrale du gain linéaire, etc ...) à la variation de la température [Mourat, 1999]. La figure 1.17 présente un résultat expérimental montrant la relation linéaire entre la température et la longueur d'onde émise par une DL utilisée durant cette thèse. En prenant un indice de réfraction

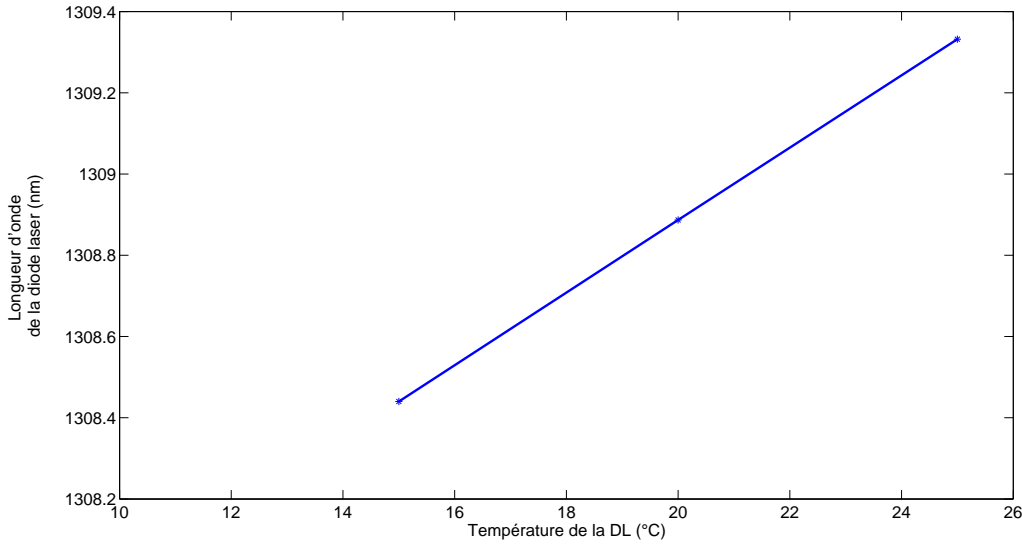


FIG. 1.17: Résultat expérimental montrant l'influence de la température sur la longueur d'onde émise par une DL pour un courant de 30 mA. Le coefficient de sensibilité thermique est de  $K_{T\lambda} = 90 \text{ pm}/^\circ\text{C}$ .

et une dimension de cavité FP constants, la dérivée de la phase par rapport à la température de la DL  $T_{DL}$  peut être exprimée ainsi :

$$\frac{\delta\Phi(T_{DL})}{\delta T_{DL}} = \frac{-4\pi nD}{\lambda^2} \cdot \frac{\delta\lambda(T_{DL})}{\delta T_{DL}}. \quad (1.48)$$

Une application numérique donne un déplacement apparent de  $\approx -3.43 \mu\text{m}$  par  $1^\circ\text{C}$  de variation de température DL pour une cavité FP de dimension 50 mm, une longueur d'onde propre de 1310 nm et une sensibilité thermique  $K_{T\lambda} = \frac{\delta\lambda(T_{DL})}{\delta T_{DL}} = 90 \text{ pm}/^\circ\text{C}$ .

La température de la DL est supposée maintenue constante grâce à un régulateur de type TED200C fourni par la société Thorlabs. Le TED200C contrôle un TEC (Thermo-electric coolers), système asservi présent dans la boîte-support de la diode (TCLDM9) pour imposer une valeur constante de température grâce à un module Peltier. La figure 1.18 montre un exemple de variation de température mesurée par le capteur AD590 [Omega.com, 2008] monté normalement sur la diode laser



lorsqu'une sonde de température Pt100 détecte la température de la boîte-support de la DL. La figure 1.18(a) montre un résultat expérimental pour lequel **C** est fixe et vissée sur la table optique en face du collimateur. Pour la durée de 55 heures d'enregistrement, la température de la DL me-

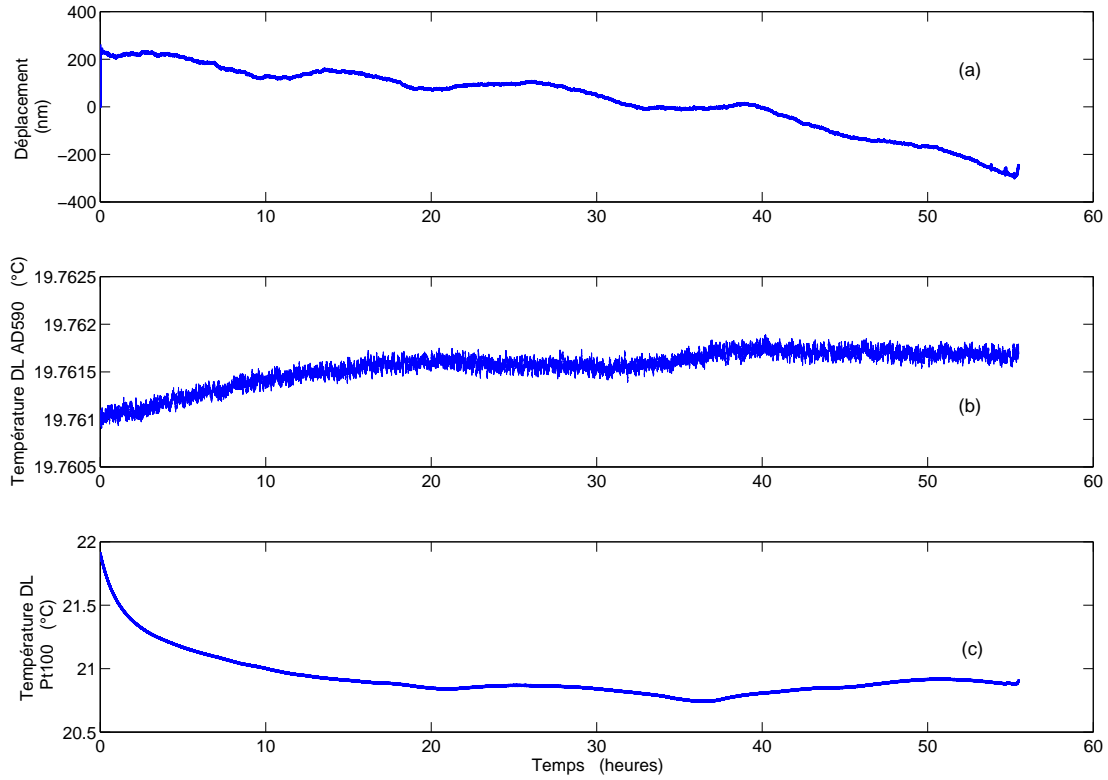
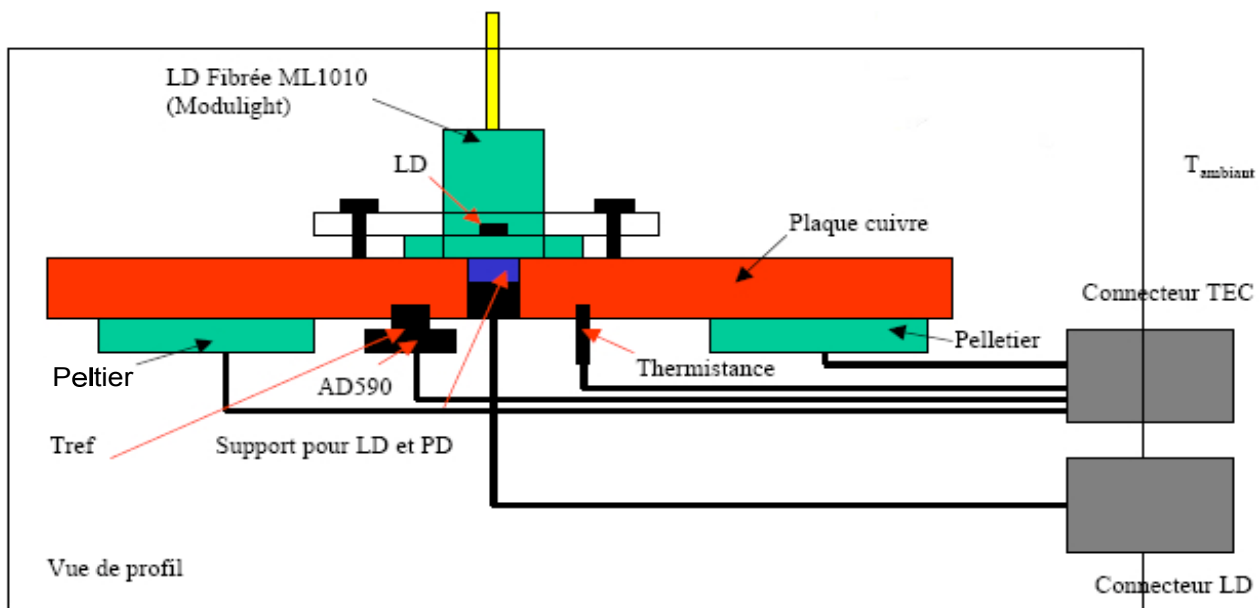


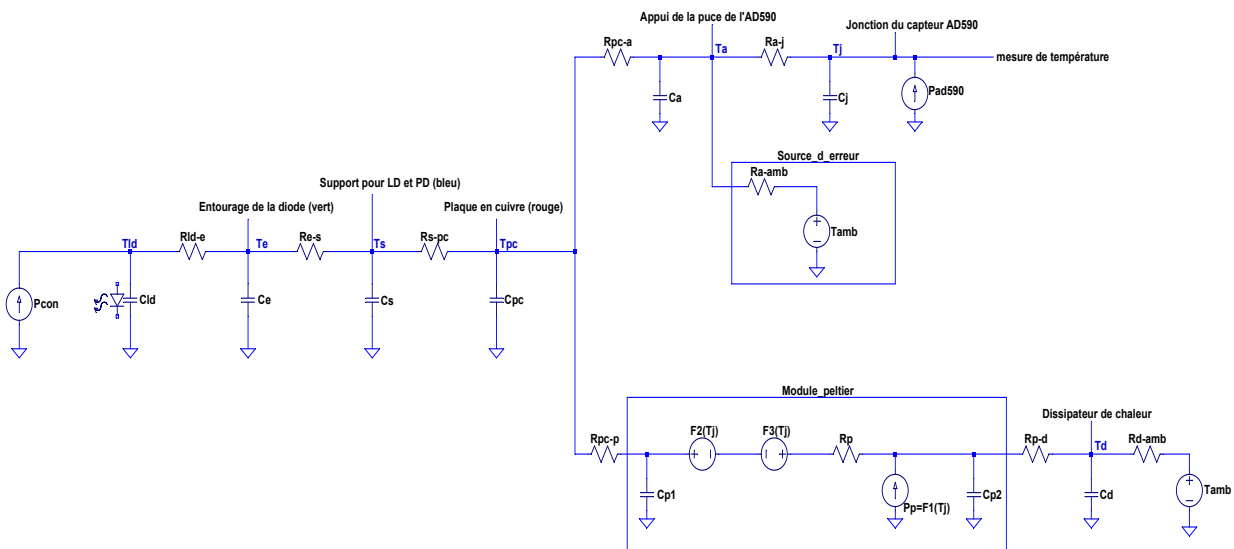
FIG. 1.18: Comparaison du déplacement mesuré et les températures. (a) Mesure du déplacement de la cible **C** pendant deux jours. (b) Température de la DL mesuré par le capteur AD590. (c) Température mesuré par une sonde Pt100 collée sur la boîte de support de la DL.

surée par l'AD590 était constante au centième de degré (figure 1.18(b)) tandis que la mesure de température par la sonde Pt100 que nous avons collée sur la boîte-support de la DL montre une évolution notable de la température (figure 1.18(c)). Pour ces conditions expérimentales, le capteur de déplacement LINES qui devrait donner une variation quasi-nulle, donne le résultat présenté en figure 1.18(a).

Les trois résultats de figure 1.18(a), (b) et (c) qui semblent indépendantes, ne le sont pas en réalité, et la stabilité de la température de la DL est une fausse perception. Le défaut de mesure devient plus compréhensible en regardant le montage mécanique de la diode laser, du module Peltier et du capteur de température AD590 de la TCLDM9 (figure 1.19). Le capteur AD590 qui est censé mesurer la température de la DL est séparé de cette dernière par une plaque en cuivre qui est au contact de l'air ambiant. La plaque en cuivre joue le rôle d'une capacitance thermique comme le



(a) Structure mécanique de la TCLDM9



(b) Circuit thermique équivalent de la TCLDM9

FIG. 1.19: (a) : *Structure mécanique de la TCLDM9. La DL est séparée du capteur de température, l'AD590, par une plaque en cuivre qui ralentit la transmission de température.* (b) : *Circuit thermique équivalent [Bilt, 2002, Alaoui, 2011] de la TCLDM9 permettant d'établir une relation entre la température de la DL et la température régulée par l'AD590.*



montre le circuit thermique équivalent que nous avons établi et qui est présenté dans la figure 1.19b. Celui-ci permet d'expliquer que lorsqu'un changement de température survient sur la DL, l'AD590 le détecte après un certain temps et le module Peltier réagit selon une commande retardée et atténuée. De ce fait, la température constante que nous visualisons toujours sur la sortie du TED200C est celle de la plaque et non pas celle de la DL. Pour améliorer la réponse du module Peltier au changement de température de la diode laser, nos collègues de l'ENSEEIH ont modifié la place du capteur comme le montre la figure 1.20. Dans la nouvelle configuration choisie, l'AD590 est encastré près de la DL et est moins influencé par la température ambiante. La modification de la structure interne de la TCLDM9 a permis de réduire le facteur de dépendance déplacement/température DL et a amélioré la mesure de cette dernière sans permettre toutefois de la rendre tout à fait constante. La sensibilité thermique de la longueur d'onde  $K_{T\lambda}$  est désormais de 58 pm/°C.

### Température et dilatation thermique de la cavité FP

Les structures mécaniques sont toujours sensibles aux variations de température qui entraînent des changements de dimension. La dérivée de la phase de l'équation (1.47) par rapport à la température de la cavité  $T_{FP}$  pour une cible statique, tout en maintenant une longueur d'onde et un indice de réfraction constants, conduit à :

$$\frac{\delta\Phi(T_{FP})}{\delta T_{FP}} = \frac{4\pi n}{\lambda_0} \cdot \frac{\delta D(T_{FP})}{\delta T_{FP}}, \quad (1.49)$$

où  $\delta D(T_{FP})/\delta T_{FP}$ , le taux de variation de la dimension linéaire par unité de variation de la température peut s'exprimer comme :

$$\frac{\delta D(T_{FP})}{\delta T_{FP}} = \alpha_L \cdot D. \quad (1.50)$$

Soit  $\Delta\Phi(T_{DL}, T_{FP})$  la distorsion causée par l'introduction des phénomènes thermiques au niveau de la DL et de la cavité FP. D'après (1.48) et (1.49) et en absence de toute modulation, elle s'écrit :

$$\Delta\Phi(T_{DL}, T_{FP}) = \frac{4\pi n D}{\lambda_0} \left[ - \int \frac{K_{T\lambda}}{\lambda_0} \cdot \delta T_{DL} + \int \alpha_L \cdot \delta T_{FP} \right]. \quad (1.51)$$

La grande sensibilité de notre capteur demande une connaissance très précise de  $\Delta\Phi(t)$  et donc une connaissance très précise des coefficients de l'équation (1.51). La section 1.3.3 a évoqué le problème de non fiabilité de la mesure de  $T_{DL}$ . Ce problème entraîne aussi l'inexactitude de la valeur  $K_{T\lambda}$ . La suppression de la dilatation thermique sur la phase par une modélisation physique complète du problème a par suite échoué. Une deuxième approche pour suivre  $\Delta\Phi(t)$  est, évidemment, de la mesurer. Cependant, en se basant sur une seule mesure, il est toujours difficile de différencier la phase provenant du véritable déplacement de la cible de la dilatation thermique additive. Pour contourner cette difficulté, un nouveau montage mécanique permettant des mesures différentielles a été mis au point par les collègues de l'université de Montpellier qui participent au projet LINES. Ce montage que nous avons appelé « zero-strain » (ZS) est dessiné sur la figure 1.21.

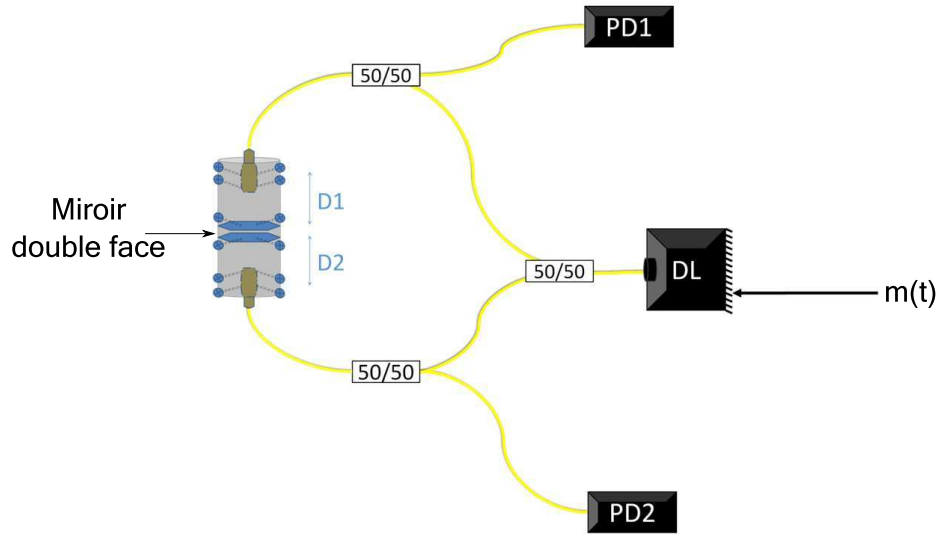


FIG. 1.21: *Le zero-strain: dispositif de mesure différentielle du déplacement du miroir commun, construit pour éliminer l'erreur d'estimation du déplacement causée par les phénomènes météorologiques et les probables anomalies électriques. Le faisceau laser issu de la DL est divisé en deux pour la mesure de déformation des deux cavités Fabry-Pérot.*

Il comporte deux cavités FP, idéalement de mêmes grandeurs, dont la cible commune est un miroir double-face. La source laser est aussi commune et le faisceau laser est divisé en deux grâce à un coupleur 50/50. Deux prototypes ont été fabriqués pour les premiers tests, l'un en inox et l'autre en silice. Nous avons choisi ces deux matériaux surtout pour leurs caractéristiques thermiques (coefficients de dilatation faibles). Afin de tester l'intérêt de cette architecture sur la mesure de la distorsion de la phase, le miroir était collé au centre du dispositif de sorte qu'aucun déplacement libre ne puisse avoir lieu. La diode laser étant la même pour les deux mesures et la température du dispositif supposée identique sur les deux côtés du miroir, nous nous attendons à une mesure différentielle nulle. La figure 1.22a3 montre les résultats de cette mesure lorsque le changement de  $T_{DL}$  représenté sur la figure 1.22a1 survient. Nous avons remarqué une amélioration de la résolution de mesure de déplacement d'un facteur 13 grâce à la mesure différentielle offerte par ce dispositif.

Pour que la solution ZS soit optimale, il est essentiel que le dispositif soit à 100% symétrique. En se référant à l'équation (1.51), une différence de 2 mm entre les longueurs des deux cavités FP pour les dimensions du ZS en étude ( $D_1 \approx D_2 \approx 50$  mm,  $\alpha_L$  environ  $12 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ ) entraîne un déplacement apparent résiduel de plus de 100 nm/ $^\circ\text{C}$ .

Une version différente du ZS a été proposée et autorise un mouvement latéral du miroir dans le tube. Dans ces dispositifs la mesure différentielle identifie le mouvement du miroir tandis que la somme des deux mesures issues des deux cavités FP quantifie la distorsion.

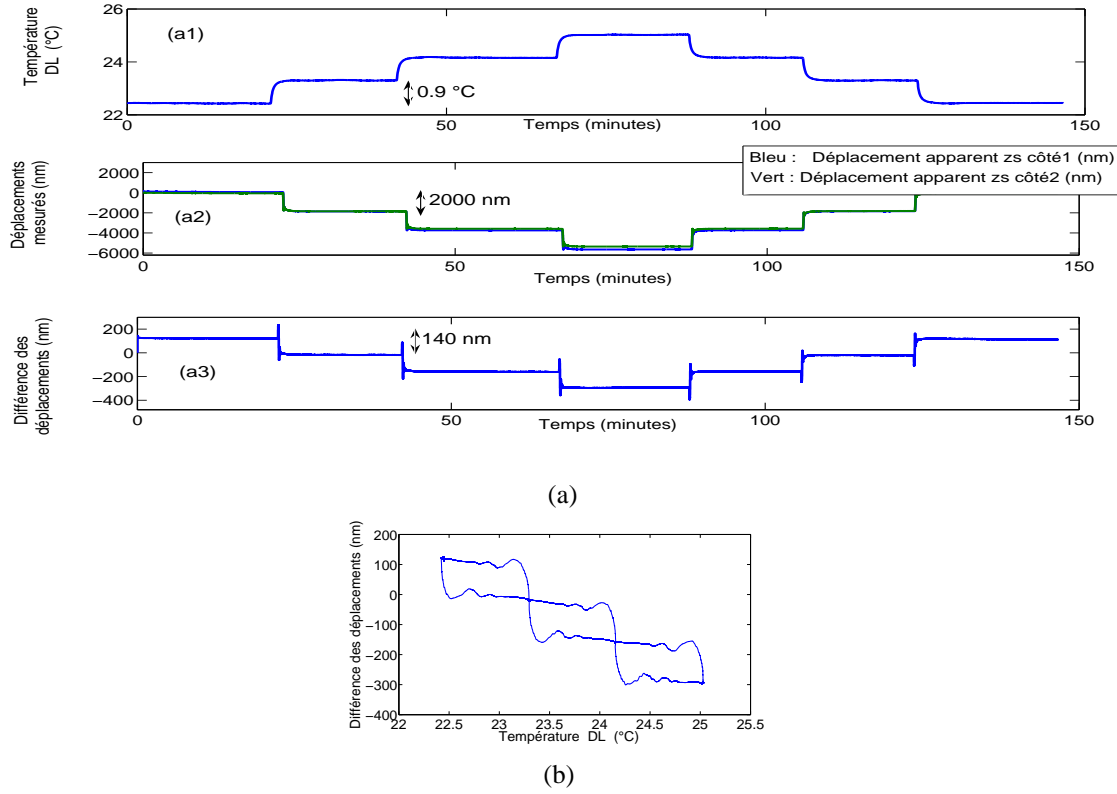


FIG. 1.22: (a1) : Température de la DL pilotée par le TED200C, (a2) : mesures des déplacements apparents de chaque côté du ZS, (a3) : déplacement apparent résiduel : différence entre les 2 courbes de (a2). La solution zero-strain ramène la sensibilité aux fluctuations thermiques de la DL d'un facteur de  $-2\mu\text{m}/^\circ\text{C}$  pour les mesures sur capteurs simples à un facteur d'environ  $-0.15\mu\text{m}/^\circ\text{C}$  pour la mesure différentielle. (b) : Courbe d'hysteresis formée par  $T_{DL}$  et la différence des déplacements.

### Effets thermiques non linéaires

Le troisième terme affecté par la température dans l'équation de la phase (1.47) est l'indice de réfraction dans la cavité FP  $n(T_{FP})$ . Cet indice dépend non linéairement de la température de la cavité. Egalement, la pression atmosphérique  $\mathcal{P}$  (en hPa) et la pression de la vapeur d'eau  $\mathcal{E}$  (en hPa) agissent sur  $n$  [Fabry and Frush, 1997] suivant la relation :

$$\mathcal{N}_n = 77.6 \left( \frac{\mathcal{P}}{T_{FP}} \right) + 3.73 \cdot 10^5 \left( \frac{\mathcal{E}}{T_{FP}^2} \right),$$

où  $\mathcal{N}_n = (n - 1) \cdot 10^6$  est le co-indice de réfraction dans la cavité FP, et  $T$  est en  $K$ . Le tableau suivant permet de quantifier les différentes sources d'erreur pour une cavité FP de grandeur  $D = 50\text{mm}$ , une longueur d'onde propre  $\lambda_0 = 1310\text{nm}$ , et un coefficient  $\alpha_L = 12 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$ . On considère que la température, la pression atmosphérique et la pression de vapeur d'eau sont initialisées à  $T = 15^\circ\text{C}$ ,

$\mathcal{P} = 950 \text{ hPa}$  et  $\mathcal{E} = 14 \text{ hPa}^1$  respectivement.

$\frac{\Delta\lambda}{\Delta T} (\text{pm}/^\circ\text{C})$	$\frac{\Delta D}{\Delta T} (\mu\text{m}/^\circ\text{C})$	$\frac{\Delta n}{\Delta T}$	$\frac{\Delta n}{\Delta \mathcal{P}}$	$\frac{\Delta n}{\Delta \mathcal{E}}$
58	0.6	$-1.3 \cdot 10^{-6}$	$2.7 \cdot 10^{-7}$	$4.5 \cdot 10^{-6}$

### Identification des paramètres d'un modèle de type « boîte noire »

Pour les causes citées ci-dessus, la modélisation de la dérive de déplacement par une approche physique est très complexe. De ce fait, nous avons proposé d'identifier, par la méthode des moindres carrés, un ensemble d'opérateurs de transfert - fonctions boîtes noires - reliant les différents facteurs mesurables du système à la sortie de notre capteur de déplacement. Ces opérateurs de transfert (OT) permettent de représenter une éventuelle relation linéaire ou non entre la température et le déplacement mesuré s'ils possèdent un nombre suffisant de degrés de liberté. Ainsi, la sortie du capteur de déplacement peut être considérée comme une combinaison linéaire ou une relation quadratique du déplacement physique, des températures aux différents endroits, et des pressions si leurs mesures sont disponibles. Un exemple d'une telle structure est illustré par la figure 1.23. Il correspond à une expérience qui a duré 8 jours (figure 1.24) et dans laquelle la cible était statique. Le déplacement libre de la cible était donc nul. Dans ce cas, le système des boîtes noires était modélisé de la façon suivante :

$$d(t) = K_{T_1} \Delta T_{DL}(t) + K_{T_2} \Delta T_{FP}(t) + K_{T_3} \Delta T_{FP}^2(t) + K_{T_4}. \quad (1.52)$$

Une minimisation d'un critère d'erreur quadratique permet de trouver les valeurs suivantes des constantes :

- $K_{T_1} = -2.2 \mu\text{m}/^\circ\text{C}$ ,
- $K_{T_2} = 1 \mu\text{m}/^\circ\text{C}$ ,
- $K_{T_3} = -0.1 \mu\text{m}/^\circ\text{C}$ ,
- $K_{T_4} = -0.4 \mu\text{m}/^\circ\text{C}$ .

$K_{T_1}$  correspond à la valeur théorique  $\frac{-K_{T\lambda}D}{\lambda_0}$  issue de l'équation (1.51) pour une cavité FP de grandeur  $D = 50 \text{ mm}$ , une longueur d'onde propre  $\lambda_0 = 1310 \text{ nm}$ , et une sensibilité thermique de la DL  $K_{T\lambda} = 58 \text{ pm}/^\circ\text{C}$ . Par contre, les valeurs des constantes  $K_{T_2}$  et  $K_{T_3}$  liées à la cavité FP ne sont pas équivalentes à celles théoriques vu que la pression dans la cavité pendant la durée de 8 jours de mesure a fluctué et n'était pas mesurée.

Pour supprimer l'effet de la pression, une expérience de courte durée est effectuée. Elle consiste à modifier dynamiquement la température avec une source externe. La même structure de boîtes noires (figure 1.23) est appliquée sur les deux voies du zero-strain à miroir fixe utilisé dans cette expérience, le module Peltier étant en marche. La figure 1.25(a) représente les deux déplacements mesurés des deux cavités du ZS et leur estimation par les OT. Les deux déplacements résiduels

1. La valeur de la pression de vapeur d'eau est déduite d'une humidité relative de 80 %

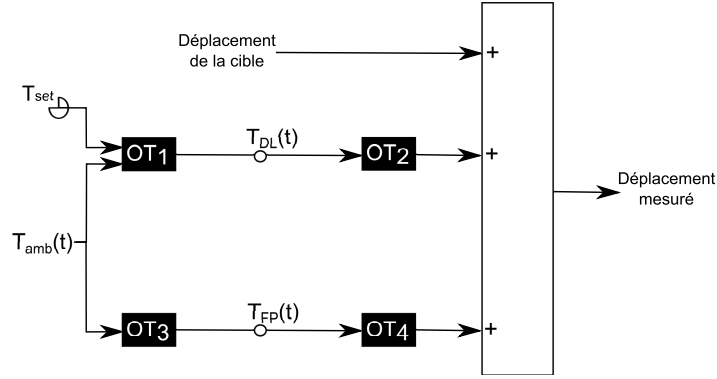


FIG. 1.23: Système en boîtes noires pour l'estimation de la dérive du déplacement dans le cas d'une cible fixe.  $T_{amb}$  est la température ambiante dans le laboratoire de mesure,  $T_{set}$  est la température commandée par le contrôleur,  $T_{DL}$  est la température de la diode laser et  $T_{FP}$  est la température de la cavité Fabry-Pérot. Si les mesures de pression et d'humidité sont disponibles, une structure avec des OT additifs est plus performante.

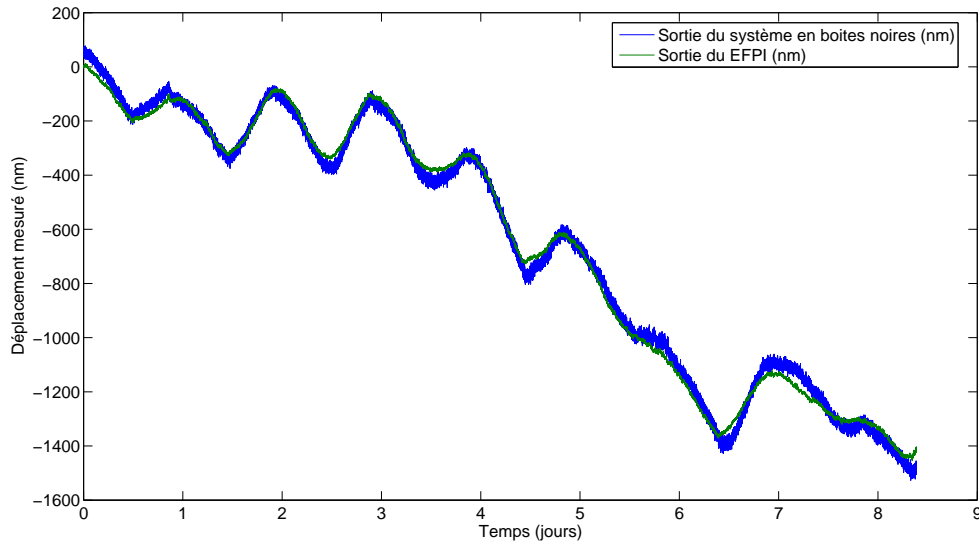


FIG. 1.24: Résultat de l'estimation de la dérive du déplacement par l'approche des boîtes noires. En bleu : mesure du déplacement de la cible statique pendant 8 jours, le module de Peltier étant en arrêt. En vert : sortie du système en boîtes noires ayant comme entrées les mesures de température.

obtenus après correction par OT sont présentés dans la figure 1.25(b). Ces résultats montrent une diminution d'un facteur 10 environ des effets thermiques sur la mesure de déplacement. L'erreur finale d'estimation obtenue (figure 1.25(c)) est de l'ordre de 5 nm.

Lorsque le matériel est monté dans un endroit où les variations des phénomènes perturbateurs comme la température et la pression sont quasi-statiques, les OT peuvent être déterminés par des



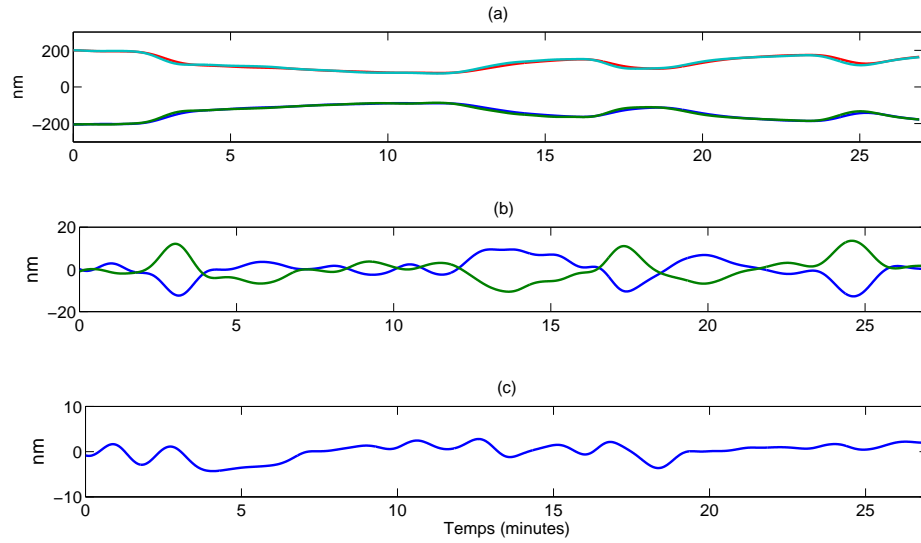


FIG. 1.25: (a) : En bleu et vert simultanément le déplacement mesuré de la cible par la première voie du zero-strain et son estimation par l'approche des boîtes noires. En rouge et cyan simultanément le déplacement mesuré de la cible par la deuxième voie du zero-strain et son estimation par l'approche des boîtes noires. (b) : En bleu le résiduel de l'estimation de la première voie. En vert le résiduel de l'estimation de la deuxième voie. (c) : Mesure différentielle des résiduels.

expériences multiples et intégrés de façon fixe et définitive dans les algorithmes de correction des dérives lentes en sortie de capteur. La qualité de cette méthode de correction suppose que les coefficients de sensibilité à la température ne varient pas au cours du temps. Si cette hypothèse ne peut pas être retenue, il est possible d'utiliser une méthode d'estimation adaptative des paramètres des OTs.

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés au développement d'un algorithme de traitement du signal pour le capteur de déplacement à fibres optiques Fabry Pérot. Nous avons modélisé le signal d'interférence après une double modulation du courant de la diode laser. Une démodulation synchrone et homodyne du signal interférométrique a été proposée pour obtenir deux signaux en quasi-quadrature de phase décrivant une courbe de Lissajous de forme quasi-elliptique. Un filtre de Kalman a été mis au point pour estimer en temps réel les paramètres de cette ellipse afin de la normaliser et de produire deux signaux orthogonaux. Des résultats théoriques et expérimentaux démontrent les qualités du filtre de Kalman à corriger les fluctuations des paramètres de l'ellipse.

D'autre part, les variations de température entraînent des fluctuations dans la phase en agissant

sur la longueur d'onde, sur les dimensions des montages mécaniques et sur l'indice de réfraction optique. Pour faire face à ce problème, trois solutions ont été étudiées. La première consiste à maintenir la température de la diode laser constante grâce à un module Peltier. La deuxième solution s'appuie sur un montage à deux cavités Fabry-Pérot permettant une mesure différentielle. Dans la troisième approche proposée dans ce travail, nous avons développé un système de boîtes noires reliant la température, la pression et le taux d'humidité à la dérive du déplacement que l'on cherche à éliminer. Cette approche n'est possible qu'en intégrant des mesures complémentaires. Opérant ensemble, les trois solutions identifient la résolution du système de l'ordre de 5 nm même pour les grandes durées de mesure.

Le chapitre suivant a pour objectif de décrire la mécanique d'un inclinomètre de forage pendulaire construit essentiellement pour intégrer le capteur de déplacement détaillé dans ce chapitre.

# Amplitude and Phase Drift Correction of EFPI Sensor Systems Using Both Adaptive Kalman Filter and Temperature Compensation for Nanometric Displacement Estimation

P. Chawah, A. Sourice, *Member, IEEE*, G. Plantier, *Member, IEEE*, H. C. Seat, F. Boudin, J. Chéry, M. Cattoen, P. Bernard, C. Brunet, S. Gaffet, and D. Boyer

**Abstract**—Nanometric displacement measurements by Extrinsic Fiber Fabry-Perot interferometers (EFPI) is extremely susceptible to external environmental changes. Temperature, in particular, has a remarkable influence on the optical power and wavelength of the laser diode in use, in addition to the thermal expansion of the mechanical structure. In this paper we propose an optimization of the EFPI sensor in order to use it for very long-term (more than one year) and for high-precision displacement measurements. For this purpose, a real time and adaptive estimation procedure based on a homodyne technique and a Kalman filter is established. During a sinusoidal laser diode current modulation, the Kalman filter provides a correction of the amplitude drift caused by the resultant optical power modulation and external perturbations. Besides, stationary temperature transfer operators are estimated via experimental measurements to reduce the additive thermal noise induced in the optical phase and mechanical components.

The tracking algorithm is presented while the complete sensor system integrating the novel Kalman filter and the demodulation scheme have been programmed on an FPGA board for real time processing. Short time experimental results demonstrate an estimation error of 2 nm over a 7000 nm sinusoidal displacement while temperature correction of long-term records reduces errors by considerable factors (above 10).

**Index Terms**—Kalman filter, EFPI sensors, nanometric displacement estimation, parameters tracking, ellipse fitting, drift correction, temperature transfer operator, differential measurements.

Manuscript received January 10, 2012; revised March 16, 2012, April 02, 2012; accepted April 04, 2012. Date of publication April 10, 2012; date of current version May 07, 2012. This work is supported by the National Center of Scientific Research in France (CNRS), and the French National Research Association (ANR) through the ANR-RISKINAT-LINES project.

P. Chawah, F. Boudin, and J. Chéry are with the Geosciences Department, University of Montpellier2, and also with CNRS-Montpellier, 34090 Montpellier, France (e-mail: chawah@gm.univ-montp2.fr).

A. Sourice and G. Plantier are with the GSII Signal Image and Instrumentation research Group of Ecole Supérieure d'Electronique de l'Ouest ESEO, 49009 Angers, France, and also with the Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, 72085 Le Mans, France (e-mail: anthony.sourice@eseo.fr);

H. C. Seat and M. Cattoen are with ESEIHT, University of Toulouse, Toulouse 31000, France;

P. Bernard and C. Brunet are with IPGP, Paris 75238, France;

S. Gaffet and D. Boyer are with LSBB Laboratory and CNRS, 84400 Rustrel, France, also with the University of Nice, 06103 Nice, France, and also with the University of Avignon, 84000 Avignon, France.

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online at <http://ieeexplore.ieee.org>.

Digital Object Identifier 10.1109/JLT.2012.2194476

## I. INTRODUCTION

HIGH performance fiber optic sensing techniques have been widely studied for years and several signal processing methods have been proposed, including homodyne demodulation [1], [2] for displacement, temperature, strain, pressure or torsion measurements. However, many of these systems require precise and delicate tuning of optical and mechanical devices (polarizing beam splitters, wave plates, polarizer, etc.). Extrinsic Fiber Fabry-Perot Interferometer (EFPI) sensors have proved their operating superiority over other fiber-based interferometers (such as the MachZehnder, Sagnac and Michelson devices [6]) by their freedom from an additional reference arm which makes them easier to implement [3]. Many demodulation techniques applied to EFPIs have been proposed in the last 10 years. A recent scheme [4] based on a two steps demodulation, a Fourier transform incorporating a minimum mean square error (MMSE-based) signal processing method, can perform absolute displacement measurements but cannot achieve resolutions better than the wavelength-tracking method. Another two-stage demodulation [5] involving a Fourier Series Neural Network (FSNN) and a BackPropagation Neural Network (BPNN) is limited to sinusoidal strain measurements. Therefore, in order to measure nanometric random displacements, we propose a proper homodyne technique [7] with a sinusoidal modulation of the Laser Diode (LD) current [8]. This technique prevents the use of additive optical devices but raises a further problem by affecting the power of the LD light.

In this paper, an EFPI is presented for very long term (more than one year) and high-precision displacement measurements commonly demanded for geophysical applications. A new real time signal processing technique using a Kalman filter (KF) has been developed and tested to track and correct as much as possible the noise caused by external perturbations (temperature, aging of electronic components, etc.) and the drift induced by the Optical Power Modulation (OPM).

Primary results show that even if the KF compensates the temperature effects from the optical power variations, these latter always affect the emitting LD's wavelength. A temperature regulator based on a Peltier module may be useful to limit these drifts, but it was observed that its measurement of temperature is not reflective of the LD's actual temperature and

$$Q(t) = A_Q(t) \sin[2\pi x(t) + \alpha(t)] + B_Q(t). \quad (6)$$

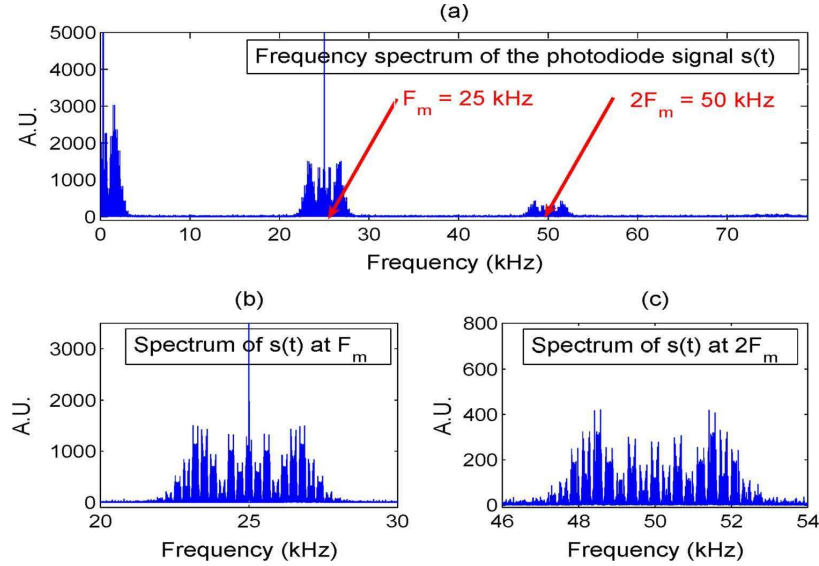


Fig. 2. (a) Spectrum of  $s(t)$  shows that the information is spread around integer multiples of  $F_m$ . (b)–(c) Closer looks at the spectrum at  $1.F_m$  and  $2.F_m$  frequencies.

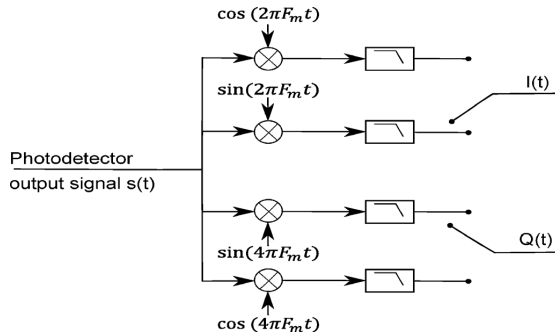


Fig. 3. Synchronous quadrature demodulation of  $s(t)$  composed of a sine multiplexer followed by a band pass filter to isolate spectrums around  $F_m$  and  $2F_m$ .

In [10], O. Loffeld proposed a solution based on an Extended Kalman Filter (EKF) for phase calculation of orthogonal quadrature phase signals with slow varying amplitude. Unfortunately, the inequality of  $A_I(t)$  and  $A_Q(t)$ , and the presence of the additional phase  $\alpha(t)$  in our system make this choice unreliable, and even inappropriate.

Variations of the coefficients  $[A_I(t), A_Q(t), B_I(t), B_Q(t)$  and  $\alpha(t)]$  are caused by the unwanted OPM term  $K[m(t)]$  found in (5). With no OPM and no drift caused by temperature fluctuations, a Lissajous plot of  $Q(t)$  as function of  $I(t)$  would result in an elliptic figure with a constant Center of Symmetry (CS). However, OPM and temperature effects lead to a time-varying CS and an elliptic spirally-shaped Lissajous plot.

It is important to note that the absence of the target movement leads to a constant  $x(t)$  in (6). Therefore,  $I(t)$  and  $Q(t)$  almost describe a point through which can pass an infinity of elliptic curves. (6) then become an under-determined system. To

overcome this problem, it is possible to create a virtual displacement by adding a second modulation  $m_1(t)$  of the LD wavelength which guarantees a single Lissajous trajectory thus allowing parameters tracking even if the actual displacement is zero or very small. The carrier modulation described previously is now written  $m_2(t)$ , and (6) subsequently become:

$$I(t) = A_I(t) \cos[2\pi x(t) + m_1(t)] + B_I(t);$$

and

$$Q(t) = A_Q(t) \sin[2\pi x(t) + m_1(t) + \alpha(t)] + B_Q(t). \quad (7)$$

$I(t)$  and  $Q(t)$  are illustrated in Fig. 5(a) and (c) showing the spirally shaped curve. In order to simplify the last system equations and infer the target displacement, we will deal with conic and ellipse fitting in the next section.

### III. ELLIPSE FITTING AND PHASE DEMODULATION

#### A. Review on Elliptic Shape Fitting

Conic fitting [13] is a very common theme in robotics [11], videomicroscopy [12] and image processing [13]–[15]. The ellipse is a special case of these conics, and ellipse fitting becomes a constrained optimization problem. Optimization methods by ‘Least Squares’ (LS) [6], [17] including the ‘Recursive Total Least Squares’ (RTLS) [18] and the ‘Numerically Stable Direct Least Squares’ methods [14] are widely used. The LS method suffers from severe bias when the noise is not Gaussian. To cope with this bias problem, alternative approaches by iteration methods [13], [19], [20] weighted by a ‘Maximum Likelihood’ technique [21], [22] have been proposed. The iteration to reach a satisfactory minimum prediction error is consuming in computational resource and time.

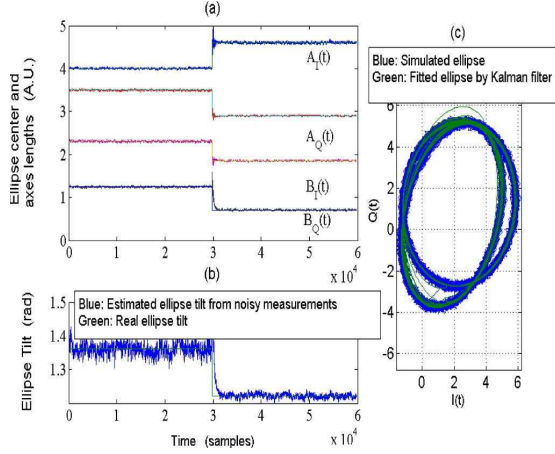


Fig. 4. Simulated results to analyze the Kalman filter efficiency on parameter tracking of Lissajous plots from noisy measurements ( $R_v = 10^{-1}$ ) of the PD output signal. A sudden change of the amplitudes shows the ability of the Kalman Filter to track them.

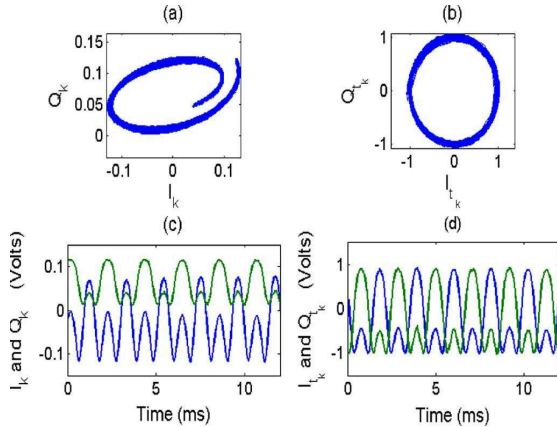


Fig. 5. (a) Lissajous plot of the experimental output signals of the quadrature demodulator showing a spiral shape caused by intensity modulation of the Laser Diode. (b) Corresponding circular Lissajous plot given by the Kalman filter. (c) Sampled signals  $I_k$  and  $Q_k$ . (d) Corrected quadrature signals. ( $R_v = 10^{-4}$ ).

Improvements in the field of ellipse fitting described so far consider the ellipse as a geometrical shape and therefore treated as a data block. What could be beneficial for our problem of estimating ellipse parameters changing over time is the operation of successive points comers. To resolve such a dynamic system, the Kalman filter (KF) is a powerful tool. It adapts to time varying ellipse parameters, and updates them at each occurrence of a new pair of points  $(I(t), Q(t))$ . In [23], [24], the authors developed a non-linear relation between the conic parameters of the ellipse and the coordinates of measured points thus forcing them to fit the ellipse using an Extended Kalman Filter (EKF). The problem of estimation bias by EKF persisted. They tried to correct this bias by adding to the normal error cri-

teria a correction term which is an orthogonal distance between the measured points and the estimated ellipse.

In the following subsection, we describe the transformation from the Cartesian form of the ellipse (7) to its conic form in order to build a linear relation and hence estimate its parameters via the simple adaptive unbiased KF. Finally the signals  $(I(t), Q(t))$  are normalized and the calculation of the desired phase containing the displacement becomes obvious.

### B. Ellipse Fitting by Kalman Filtering

The signals in (7) draw an elliptic curve whose instantaneous parameters change with each new measured couple  $(I(t), Q(t))$ . We show in this section how a Kalman Filter can be used to solve a constrained optimization problem to obtain real-time tracking of the ellipse conic parameters, then convert them to Cartesian coefficients according to (7). An ellipse is a conic section defined in the  $(I, Q)$  plane by:

$$a \cdot I^2 + b \cdot IQ + c \cdot Q^2 + d \cdot I + e \cdot Q + f = 0. \quad (8)$$

For an ellipse, the trace  $a + c = A_I^2 + A_Q^2$  is always positive [16], [19]. Therefore the arbitrary scale factor in the coefficients of the conic equations can be removed by the normalization

$$\gamma(a + c) = 1. \quad (9)$$

The ellipse can then be described by:

$$\gamma a(I^2 - Q^2) + \gamma b \cdot IQ + \gamma d \cdot I + \gamma e \cdot Q + \gamma f = -Q^2. \quad (10)$$

$I(t)$  and  $Q(t)$  are sampled and are supposed to validate (10) with a measurement noise  $v_k$  that we approximate to an additive zero-mean Gaussian noise according to experiments we have made. Equation (10) for the sampled couple  $(I_k, Q_k)$  can then be written in such a way as to meet the observation model of a linear system:

$$(I_k^2 - Q_k^2 \quad I_k Q_k \quad I_k \quad Q_k \quad 1) \times \begin{pmatrix} \gamma a_k \\ \gamma b_k \\ \gamma d_k \\ \gamma e_k \\ \gamma f_k \end{pmatrix} + v_k = -Q_k^2. \quad (11)$$

As previously described, we propose the use of the simple KF algorithm mentioned in [25] to update the instantaneous  $(\gamma a_k, \gamma b_k, \gamma d_k, \gamma e_k, \gamma f_k)$  vector with each occurrence of  $(I_k^2 - Q_k^2, I_k Q_k, I_k, Q_k, 1)$ .

We denote by

- $\mathbf{H}_k = (I_k^2 - Q_k^2, I_k Q_k, I_k, Q_k, 1)$  the observation matrix formed by the actual sampled couple  $(I_k, Q_k)$  which maps the true state space into the observed space given (11);
- $\mathbf{x}_k = (\gamma a_k; \gamma b_k; \gamma d_k; \gamma e_k; \gamma f_k)$  the actual real state;
- $\mathbf{z}_k = -Q_k^2$  the observation at sample  $k$ .

The observation (11) thus becomes:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (12)$$

and the state equation:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_k \quad (13)$$

TABLE I  
CONVERSION OF THE ELLIPSE PARAMETERS UNDER THE CONSTRAINT  $a + c = A_I^2 + A_Q^2 > 0$ .  $\varphi$ , THE TILT OF THE ELLIPSE, IS THE ANGLE FORMED BETWEEN THE ABSCISSA AXIS AND THE ELLIPTIC MAJOR AXIS. NOTE THAT THE ADDITIONAL PHASE ANGLE  $\alpha_k$  OF (7) IS DIFFERENT THAN THE ELLIPSE TILT  $\varphi_k$

Cartesian to Conical conversion	$a$	$= A_Q^2 \cos^2 \varphi + A_I^2 \sin^2 \varphi$
	$b$	$= 2A_Q^2 \cos \varphi \sin \varphi - 2A_I^2 \cos \varphi \sin \varphi$
	$c$	$= A_Q^2 \sin^2 \varphi + A_I^2 \cos^2 \varphi$
	$d$	$= 2A_I^2 B_Q \sin \varphi - 2A_Q^2 B_I \cos \varphi$
	$e$	$= -2A_Q^2 B_I \sin \varphi - 2A_I^2 B_Q \cos \varphi$
	$f$	$= A_Q^2 B_I^2 + A_I^2 B_Q^2 - A_I^2 A_Q^2$
Conical to Cartesian conversion	$\varphi$	$= \frac{1}{2} \arctan \frac{\gamma b}{\gamma a - \gamma c} + k \frac{\pi}{2}$
	$\gamma A_I^2$	$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{(\gamma a - \gamma c)^2 + \gamma b^2}}{2}$
	$\gamma A_Q^2$	$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{(\gamma a - \gamma c)^2 + \gamma b^2}}{2}$
	$B_I$	$= \frac{\gamma d \cos \varphi + \gamma e \sin \varphi}{-2\gamma A_Q^2}$
	$B_Q$	$= \frac{\gamma d \sin \varphi - \gamma e \cos \varphi}{2\gamma A_I^2}$
	$A_I^2$	$= \frac{\gamma A_Q^2 B_I^2 + \gamma A_I^2 B_Q^2 - \gamma f}{\gamma A_Q^2}$
	$A_Q^2$	$= \frac{\gamma A_Q^2 B_I^2 + \gamma A_I^2 B_Q^2 - \gamma f}{\gamma A_I^2}$

where

- $\mathbf{F}_k$  is the state transition model which is applied to the previous state  $\mathbf{x}_{k-1}$ , and is equal to the identity matrix;
- $\mathbf{w}_k = [w_{a_k}; w_{b_k}; w_{d_k}; w_{e_k}; w_{f_k}]$  is a white Gaussian process noise;
- the covariance matrix of the measurement errors,  $R_v = E\{v_k v_k^T\}$ , and the covariance matrix of the process noise,  $R_w = E\{w_k w_k^T\}$ , are chosen to optimize the speed of convergence.  $E\{\cdot\}$  denotes the expectation function.

We then proceed with the “predict” and “update” phases:

- 1) Predicting the *a priori* state estimate  $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$  and *a priori* estimate covariance  $\mathbf{P}_{k/k-1}$ , and
- 2) Updating the measurement residual  $\tilde{\mathbf{y}}_k$ , innovation covariance  $\mathbf{S}_k$ , optimal Kalman Gain  $\mathbf{K}_k$ , *a posteriori* state estimate  $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}$  and *a posteriori* estimate covariance  $\mathbf{P}_{k/k}$  according to [25].

The instantaneous ellipse conic parameters ( $\gamma a_k; \gamma b_k; \gamma d_k; \gamma e_k; \gamma f_k$ ) being calculated by the Kalman filter, we then operate a scale change to find their Cartesian equivalents [ $\hat{A}_{I_k}, \hat{A}_{Q_k}, \hat{B}_{I_k}, \hat{B}_{Q_k}$  and  $\hat{\alpha}_k$ ] as described in Table I. Fig. 4 is a proof of Kalman Filter’s ability to update the Cartesian ellipse parameters when simulated sudden changes occur on the noisy signals. Therefore, the KF performs a transformation of  $I_k$  and  $Q_k$  to obtain two quadrature signals:

$$I_{t_k} = \cos[2\pi x_k + m_{1_k}];$$

and

$$Q_{t_k} = \sin[2\pi x_k + m_{1_k}], \quad (14)$$

describing a circular and centered Lissajous plot (as shown in Fig. 5(b)) thus allowing for an easy estimation of the actual phase:

$$\hat{\Phi}_k = \text{unwrap} \left[ \arctan \left( \frac{Q_{t_k}}{I_{t_k}} \right) \right]. \quad (15)$$

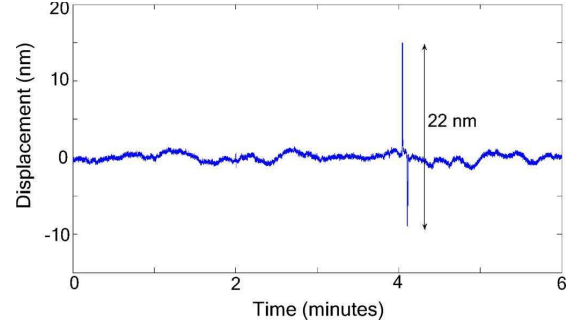


Fig. 6. Experimental result showing the measure by the EFPI sensor of an overshoot and an undershoot displacement reaction of the reflective target when a small mechanical impact is applied to the optical table holding it. A 22 nm displacement is identified.

This phase always includes the modulation at the frequency  $F_{m1}$  used as a virtual displacement. A filtering stage or a parameter estimation can be used to eliminate  $m_{1_k}$  from  $\hat{\Phi}_k$  and finally retrieve the estimation of the real displacement

$$\hat{D}_k = \frac{\lambda_0 \cdot \hat{\Phi}_k}{4\pi}. \quad (16)$$

#### IV. PRIMARY TESTS AND TEMPERATURE EFFECTS ON THE ESTIMATED DISPLACEMENT

As illustrated in Fig. 1, a complete EFPI system has been created. An FPGA board performs the data acquisition and the real-time demodulation, while a computer operates the KF algorithm. We used LabVIEW and LabVIEW-FPGA for their extensive support for interfacing the instrumentation hardware.

On a brief time-scale (up to several minutes), our system shows to be trustworthy. The LD pointing towards a supposed-static target reveals a sensitivity to the target’s nanometric movements. Fig. 6 shows a measured displacement of  $\approx 22$  nm as a response to a small mechanical impact applied by an impact hammer to the structure holding the target. Positive results are also observed for a moving target driven by a piezoelectric transducer (PZT) with a sinusoidal displacement. Our estimation is compared to measurements of the capacitive displacement sensor of the PZT, and the estimation error is  $\approx 2$  nm peak-to-peak as shown in Fig. 7. We can also notice an estimation bias caused by the thermal drift that can be observed when conducting experiences over long periods. In Fig. 8 we show the direct and strong relation between the measured ambient temperature and our displacement sensor’s output for a static target. This indicates that a thermal term is additionally present in the optical phase. Referring to (1), we rewrite the phase equation in order to identify the appearance of the temperature  $T$  influence:

$$\Phi(t, T) = 4\pi \frac{D(t, T)}{\lambda(t, T)}. \quad (17)$$

Thus we can distinguish two consequences of temperature fluctuations on the entire system: the evolution of the emitting LD’s wavelength  $\lambda(t, T)$  and the expansion of the distance separating the collimator and the target, or expansion of the



2200

JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY, VOL. 30, NO. 13, JULY 1, 2012

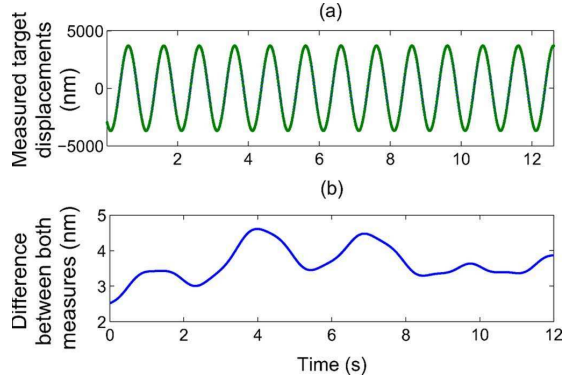


Fig. 7. Experimental result for the same target of Fig. 6 under sinusoidal displacement. Our sensor's result is compared to the capacitive sensor measurements. (a) Shows in blue the piezoelectric sensor results, and in green our system's displacement calculations. (b) Shows the difference between both measurements in nanometers. The estimation bias is caused by a slight temperature evolution before acquisition.

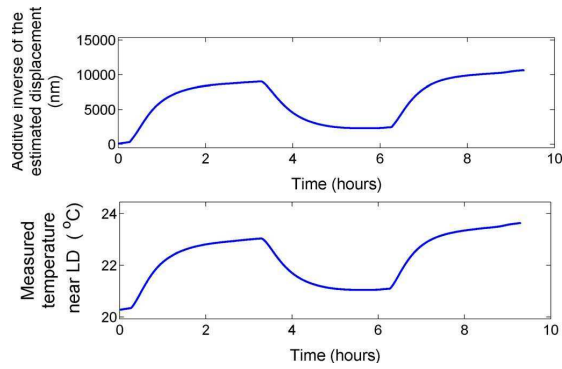


Fig. 8. Evidence of the temperature's impact on our measure. The upper subfigure represents the additive inverse of the estimated displacement when the disturb in the surrounding temperature shown in the lower subfigure is affected. We conclude an approximate  $-3 \mu\text{m}/^\circ\text{C}$  temperature-displacement factor.

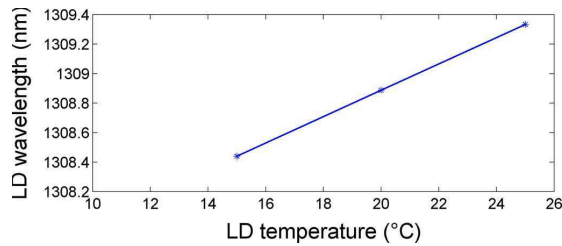


Fig. 9. Experimental influence of T on the LD's wavelength for a 30 mA constant LD current. We recognize a  $90 \text{ pm}/^\circ\text{C}$  thermal sensibility.

target itself. In the next subsections we investigate and treat each case individually.

#### A. Temperature and Wavelength

Fig. 9 shows an experimental temperature-wavelength linear relation of the LD used in this work.

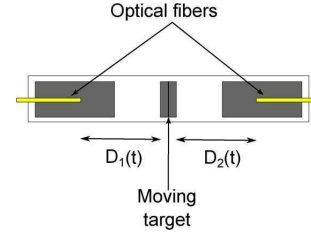


Fig. 10. Zero-Strain: Differential measurement instrument, build to eliminate common errors on both sides.

Considering a constant distance between the collimator and the target, the derivative of the phase with respect to the temperature can be expressed as

$$\frac{\delta\Phi(t, T)}{\delta T} = \frac{-4\pi D}{\lambda^2(t)} \cdot \frac{\delta\lambda(t, T)}{\delta T} \quad (18)$$

which implies a measured displacement equivalent of  $\approx -3.43 \mu\text{m}$  for a  $1^\circ\text{C}$  of LD's temperature variation, a 50 mm collimator-target distance and a 1310 nm non-modulated LD wavelength.

Usually this problem can be solved by maintaining a constant LD wavelength (in absence of modulation) using a temperature regulator equipped with a Peltier module. Although it is necessary to limit the variations, this solution seems to be unsatisfactory for our expectations since a non-accurate measurement of the diode's temperature is controlling the Peltier module. A displacement/temperature factor of  $-300 \text{ nm}/^\circ\text{C}$  can be achieved through this solution.

#### B. Temperature and Expansion of the Mechanical Structure

Mechanical structures are always susceptible to dimension changes due to material heating or cooling. The resistance over thermal phenomena varies with different materials. Deriving the phase in (17) with respect to temperature while maintaining a constant  $\lambda$  and a static target leads to the following equation:

$$\frac{\delta\Phi(T)}{\delta T} = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \frac{\delta D(T)}{\delta T} \quad (19)$$

where  $\delta D(T)/\delta T$ , the rate of change of the linear dimension per unit change in temperature, can be expressed as:

$$\frac{\delta D(T)}{\delta T} = \alpha_L \cdot D \quad (20)$$

and  $\alpha_L$  is the linear thermal expansion coefficient. For the steel material we use for the setup,  $\alpha_L$  is  $\approx 12 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$ , which translates to  $0.6 \mu\text{m}/^\circ\text{C}$  of measured displacement for  $1^\circ\text{C}$  of variation in the same conditions mentioned in IV.A.

To face this issue and the one discussed in the previous section, we build a device depicted in Fig. 10 that we called a "zero-strain", enabling us to perform differential measurements of the displacement. This solution significantly reduces errors if we manage to fabricate a perfect symmetric instrument. As an example, a difference of 2 mm between  $D_1$  and  $D_2$  in initial position may result in a displacement error of more than  $100 \text{ nm}/^\circ\text{C}$ . Fig. 11 shows an experiment where sudden variations of



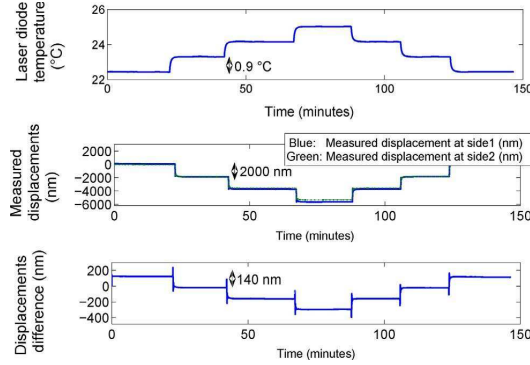


Fig. 11. (a) Laser diode temperature, (b) Displacement measure for each side of the zero-strain, (c) remaining thermal error: Difference between both displacement measurements. We ameliorated the sensitivity to thermal fluctuations factor from  $-2 \mu\text{m}/^\circ\text{C}$  in single side measurements to about  $-0.15 \mu\text{m}/^\circ\text{C}$  in differential measurements.

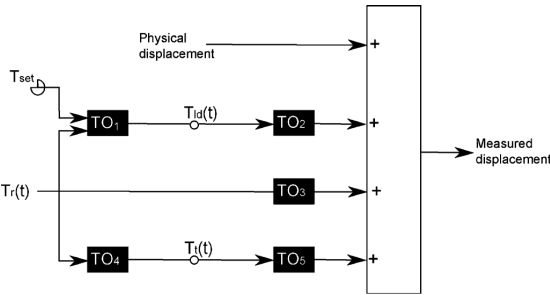


Fig. 12. A black box system for displacement drift estimation.  $T_r$  is the room's temperature,  $T_{set}$  is the set temperature of the controller,  $T_{ld}$  is the laser diode's temperature, and  $T_t$  is the target's temperature.

the LD temperature are provoked. We record a 13.3 times improvement in the displacement resolution when exploiting differential measurements.

### C. Temperature Transfer Operators

Since the two solutions for the temperature fluctuation described so far have shown to be useful but insufficient to obtain the desired resolution, we set up a substitute or a complementary one: the temperature Transfer Operators (TOs).

In a quasi-static environment where low-frequency variations dominate the thermal drift, the measured displacement response to the temperature variations can be estimated by black box functions. Once the overall hardware is mounted in a place with low frequency temperature variations, the black box functions can be determined by multiple experiments and fixed for future use. These TOs can be used to identify any possible nonlinear relation between temperature and measured displacement when properly modeled. As shown in Fig. 12, the measured displacement can be considered as a linear combination or a quadratic relation of the physical displacement, the LD temperature, the room temperature and the target temperature. We examined the error prediction performance of the temperature TOs technique over a 8-day continuous acquisition represented in Fig. 13, using

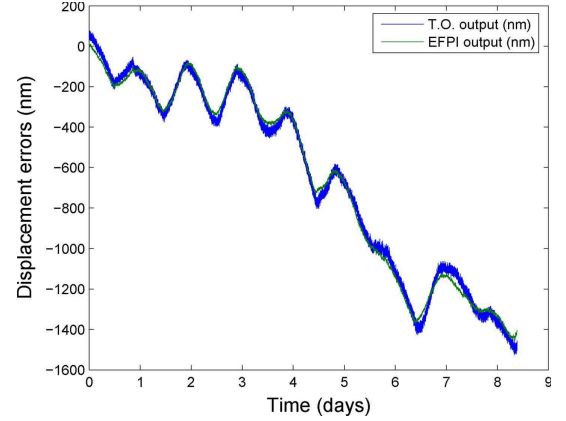


Fig. 13. Experimental result of the measured displacement error caused by the temperature evolution during 8 days (in green) and the temperature transfer operator output calculated from the measured temperatures (in blue). In this example the according black box function was chosen to be:  $K_1 \cdot T_{ld} + K_2 \cdot T_r + K_3 \cdot T_t^2 + K_4$ .  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ , and  $K_4$  being estimated from previous measurements.

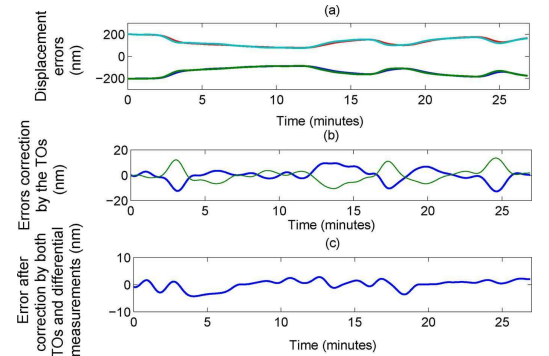


Fig. 14. Three discussed temperature error corrections were combined in an experience held in a noisy environment, and a resolution of 5 nm peak to peak is achieved.

PT100 probes as temperature sensors. A typical result is shown in Fig. 14 using the three mentioned temperature corrections. Fig. 14(a) presents the measurement errors obtained with the zero-strain using a temperature controller and highlights the presence of an important bias. This bias is then corrected by the use of TOs as depicted in Fig. 14(b). Finally the estimation error variance is reduced using the differential measures as shows Fig. 14(c). In this experience, a 5 nm peak to peak resolution has been achieved.

### V. CONCLUSION

In this work, we proposed a model of the PD output signal after a double modulation of the laser current in an EFPI sensor. A Kalman filter has been used after a synchronous demodulation of the PD signal. This proposed technique does not demand precise tuning of the modulation amplitudes of  $m_1(t)$  and  $m_2(t)$  thanks to the adaptive tracking and corrections given by the proposed Kalman filter. Theoretical and experimental data reveal

the Kalman filter's ability to correct the measurement drifts. As for the phase fluctuations driven by temperature changes, three solutions were studied, together resulting high resolutions. Currently, we are working on coupling our EFPI sensor on geophysical instruments improving their precision on earth deformation tracking.

To enhance these measurements and to assess the real performances of our system, the whole equipment is currently transferred to an underground geophysical laboratory ensuring a limited urban perturbation and a naturally regulated temperature.

#### ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank all partners in this project: GSII-ESEO-Angers (for their competences in the signal processing and instrumentation domain), ENSEEIHT-Toulouse (for their contribution in the optical field), GM-UM2-Montpellier and IGP-Paris (for their skills in Geophysics), and LSBB-Rustrel (<http://www.lsbb.eu>, for their assistance and advices for installation and adjustment of instruments in confined underground environment).

#### REFERENCES

- [1] C. K. Kirkendall and A. Dandridge, "Overview of high performance fiber-optic sensing," *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 37, pp. R197–R216, 2004.
- [2] T. R. Christian, Ph. A. Frank, and B. H. Houston, "Real-time analog and digital demodulator for interferometric fiber optic sensors," in *Proc. Smart Structures and Materials 1994: Smart Sensing, Processing, and Instrumentation*, 1994, pp. 94–102.
- [3] H. C. Seat and S. Pullteap, "An extrinsic fiber Fabry-Perot interferometer for dynamic displacement measurement," in *Proc. IEEE-ICMA*, China, 2007, pp. 3027–3032.
- [4] X. Zhou and Q. Yu, "Wide-Range displacement sensor based on fiber-optic Fabry-Perot interferometer for subnanometer measurement," *IEEE Sens. J.*, vol. 11, no. 7, pp. 1602–1606, July 2011.
- [5] A. M. Abdi and S. E. Watkins, "Demodulation of fiber-optic sensors for frequency response measurement," *IEEE Sens. J.*, vol. 7, no. 7, pp. 667–675, May 2007.
- [6] M. A. Zumberge, J. Berger, M. A. Dzieciuch, and R. L. Parker, "Resolving quadrature fringes in real time," *Appl. Opt.*, vol. 43, no. 4, pp. 771–775, 2004.
- [7] A. Dandridge, A. Tveten, and T. Giallorenzi, "Homodyne demodulation scheme for fiber optic sensors using phase generated carrier," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 18, no. 10, pp. 1647–1653, Oct. 1982.
- [8] P. Chawah, A. Sourice, G. Plantier, and J. Chéry, "Real time and adaptive Kalman filter for joint nanometric displacement estimation, parameters tracking and drift correction of EFFPI sensor systems," in *Proc. IEEE Sens. Conf.*, Limerick, Ireland, Oct. 2011, pp. 882–885.
- [9] Z. Li, X. Wang, P. Bu, B. Huang, and D. Zheng, "Sinusoidal phase-modulating laser diode interferometer insensitive to the intensity modulation of the light source," *Optik—Int. J. Light Electron Optics*, vol. 120, no. 16, pp. 799–803, 2009.
- [10] O. Löffeld, "Demodulation of noisy phase or frequency modulated signals with Kalman filters," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Process.*, 1994, vol. 4, pp. IV/177–IV/180.
- [11] D. L. Boley and K. T. Sutherland, "A rapidly converging recursive method for mobile robot localization," *Int. J. Robot. Res.*, vol. 17, no. 10, pp. 1027–1039, 1998.
- [12] F. Dufrenois, "Ellipse fitting with uncertainty and fuzzy decision stage for detection. Application in videomicroscopy," *Symbolic Quantitative Approaches to Reasoning Uncertainty*, pp. 432–443, 2001.
- [13] J. Cabrera and P. Meer, "Unbiased estimation of ellipses by bootstrapping," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 18, no. 7, pp. 752–756, Jul. 1996.
- [14] R. Halir and J. Flusser, "Numerically stable direct least squares fitting of ellipses," in *Int. Conf. Central Eur. Computer Graphics Visualisation*, 1998, pp. 125–132.
- [15] T. Ellis, A. Abbood, and B. Brillault, "Ellipse detection and matching with uncertainty," *J. Image Vis. Comp.*, vol. 10, no. 5, pp. 271–276, 1992.
- [16] Z. Zhang, "Parameter estimation techniques: A tutorial with application to conic fitting," *Image Vis. Comput.*, vol. 15, pp. 59–76, 1997.
- [17] P. L. Rosin, "A note on the least squares fitting of ellipses," *Pattern Recognit. Lett.*, vol. 14, no. 10, pp. 799–808, 1993.
- [18] D. L. Boley and K. T. Sutherland, "Recursive Total Least Squares: An Alternative to the Discrete Kalman Filter," Tech. Rep. Dept. Comp. Sci., Univ. Minnesota, Apr. 1993.
- [19] P. L. Rosin and G. A. W. West, "Segmenting curves into elliptic arcs and straight lines," in *Proc. 3rd Int. Conf. Comput. Vis.*, Osaka, Japan, 1990, pp. 75–78.
- [20] J. Porill, "Fitting ellipses and predicting confidence envelopes using a bias corrected Kalman filter," *Image Vis. Comput.*, vol. 8, no. 1, pp. 37–41, 1990.
- [21] B. Matei and P. Meer, "Reduction of bias in maximum likelihood ellipse fitting," in *Proc. Int. Conf. Pattern Recognition*, 2000, pp. 3802–3806.
- [22] Y. Kanazawa and K. Kanatani, "Optimal conic fitting and reliability evaluation," *IEICE Trans. Inf. Syst.*, vol. E79-D, no. 9, pp. 1323–1328, 1996.
- [23] N. Werghi, C. Doignon, and G. Abba, "Ellipse fitting and three-dimensional localization of objects based on elliptic features," *Proc. ICIP*, vol. 1, no. 9, pp. 57–60, 1996.
- [24] N. Werghi, C. Doignon, and G. Abba, "Contour feature extraction with Wavelet transform and parametrization of elliptic curves with an unbiased extended Kalman filter," in *Proc. ACCV'95*, Singapore, Dec. 1995, vol. 3, pp. 186–190.
- [25] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991, pp. 244–266.

Author biographies not included at authors' request due to space constraints.



## Chapitre 2

# Caractérisation de l'inclinomètre de forage

Dans le chapitre précédent, nous avons décrit, modélisé et caractérisé un capteur de déplacement nanométrique basé sur la mesure interférométrique d'un Fabry-Pérot Extrinsèque (EFFPI). L'objectif de ce présent chapitre est de montrer comment ce capteur peut être avantageusement intégré dans un inclinomètre de forage innovant (IF-LINES) qui a été spécialement conçu dans le cadre de l'ANR-LINES. Nous étudions théoriquement l'équation de mouvement de cet instrument et nous la confirmerons expérimentalement. Ensuite, nous identifions les principales causes d'erreurs de notre capteur et insistons en particulier sur les erreurs de géométrie de l'ensemble mécanique. Pour terminer, nous proposons une procédure pour identifier et corriger ces problèmes.

### 2.1 État de l'art

Dans le but de diriger les futures recherches des géophysiciens et de les aider à éviter les erreurs et les problèmes autrefois commis, Duncan Carr Agnew a rédigé en 1986 un article qui est devenu un travail de référence pour les études de la déformation de la croûte terrestre [Agnew, 1986]. Selon Agnew, la déformation est la combinaison d'une inclinaison (rotation) et d'une extension. Cependant, ces deux grandeurs sont pratiquement liées et il est difficile de les dissocier. En plus de la véritable rotation de la surface, l'expression de l'inclinaison comporte des termes associés au tenseur des contraintes de déformation « strain tensor » et à l'inertie (l'accélération). Ainsi, les sismomètres et les inclinomètres mesurent à un facteur près les mêmes quantités et la différence est juste liée au fait que le rapport déformation/accélération des phénomènes mesurés sur les sismomètres est faible, tandis que celui des phénomènes mesurés sur les inclinomètres est grand. Toutefois, en considérant que le milieu est élastique isotrope et en effectuant les mesures sur une surface libre, l'inclinaison se distingue de l'extension « strain » et de l'accélération. Plusieurs raisons peuvent perturber les conditions de symétrie et d'homogénéité. À titre d'exemple, la présence de roches et du matériau de couplage dans le milieu d'observation a pour conséquence de faire varier les propriétés élastiques. D'autre part, les effets de cavité modifient l'homogénéité du milieu environnant [Harrison, 1976].

L'indépendance des rotations vis-à-vis de la déformation n'est donc pas exacte, et les inclinomètres ont toujours tendance à être influencés par les allongements. Ainsi, pour une étude complète de la déformation, il est nécessaire d'installer des strainmeters [Blum et al., 2008] à proximité des inclinomètres. En 1982, Frank Wyatt a monté des inclinomètres le long de colonnes de 3 m en granite qui servaient comme références à des strainmeters [Wyatt, 1982]. Ces inclinomètres avaient comme rôle de détecter les inclinaisons de ces colonnes. Par suite, les observations de contraintes provoquées par les déplacements des extrémités des piliers sont corrigées grâce à un lissage au sens des moindres carrés des contraintes mesurées par les observations des inclinaisons correspondantes. Deux ans plus tard, Michael T. Gladwin a conçu un instrument de forage configuré pour comporter dans une même entité sept modules : trois strainmeters, deux tiltmeters mono-axiaux, un composant pour mesurer l'orientation dans le trou, et une cellule de référence [Gladwin, 1984].

Depuis lors, peu de progrès ont été faits dans la mesure des inclinaisons et des contraintes de manière fiable. Cela n'a certainement pas été causé par un manque de travail sur les instruments ou un manque d'idées innovantes, mais la récolte géophysique a été faible. Cela est en partie dû à la difficulté du problème. Pour être utile, un inclinomètre ou un extensomètre doivent souvent fonctionner près des limites de ce qui est réalisable. Il a fallu attendre l'arrivée du GPS dans le monde géophysique pour l'émergence d'une révolution dans les mesures long-terme des déformations. Contrairement aux instruments courants, le prix d'un récepteur GPS a diminué, tandis qu'en même temps ses capacités augmentaient [Agnew, 2007]. La précision des mesures GPS a atteint un niveau où les coordonnées des points de référence géodésiques peuvent être obtenues avec une résolution millimétrique. Au niveau des précisions, les fluctuations naturelles météorologiques ou hydrologiques limitent souvent la résolution et l'application de cette technique dans le suivi des déplacements à l'échelle submillimétrique [Kümpel et al., 2001]. L'amélioration de la résolution des techniques GPS a maintenant besoin d'enregistrements de la déformation quasi-statique à faibles profondeurs.

Une grande importance est donc, de nouveau, accordée aux mesures des inclinaisons. Les efforts visant à améliorer la performance des inclinomètres peuvent être divisés en deux grandes catégories : l'augmentation de la longueur de la ligne de base moyenne, ou l'installation de l'instrument dans une cavité plus profonde pour améliorer l'isolation [Levine et al., 1989]. Néanmoins, il n'est pas immédiatement évident que les inclinomètres de forage et de longue base mesurent la même quantité physique : les inclinomètres de forage sont sensibles à des rotations similaires à celles d'une barre verticale suspendue dans le champ de gravité, tandis que les inclinomètres de longue base détectent les rotations d'une surface horizontale. Parce que les contraintes sur une surface libre doivent être nulles, les déformations de cisaillement doivent également disparaître sur cette même surface. Des équations qui en résultent [Savage et al., 1979] montrent qu'il existe deux manières indépendantes de mesurer l'inclinaison : on peut déterminer la variation des déplacements horizontaux avec la profondeur ( $\partial u_x / z$  ;  $\partial u_y / z$ ) par détection de la rotation d'une barre verticale ou bien la variation du

déplacement vertical en fonction des coordonnées horizontales ( $\partial u_z/x$ ;  $\partial u_z/y$ ).

Vu qu'un inclinomètre à courte base est de faible dimension, son couplage avec le milieu encaissant doit être extrêmement stable. Par exemple, un taux d'inclinaison de  $10^{-14}$  rad/s correspond sur une base de 10 cm à un mouvement différentiel de  $0.03 \mu\text{m}/\text{an}$ . Ce problème est minimisé par un instrument plus grand, et de nombreux inclinomètres longue base ont été construits pour cette raison [Agnew, 1986].

La configuration la plus répandue des inclinomètres longue base est celle de deux pots reliés par un tube entièrement rempli de liquide (figure 2.1a). Ces instruments ont eu, et ont encore, de grands succès [Boudin, 2004]. Leur précision peut varier avec la longueur de la base, le liquide utilisé, la résolution du capteur de déformation, etc. A titre d'exemple, Lantremange et al. ont analysé 7 ans de mesures de marées terrestres réalisées avec un « water-tube » de 43 m dans le Laboratoire Souterrain de Géodynamique de Walferdange (Luxembourg) [d'Oreye de Lantremange and Zuern, 2006]. Ils affirment que le rapport signal / bruit est si grand qu'il leur permet une estimation correcte de certains des plus petits constituants des marées ter et quart diurnes. D'autres appareils niveau-liquide de 5 et 2 m de long ont été installés dans les baies de San Francisco, leur originalité étant l'emploi du mercure comme liquide de niveau [Allen et al., 1973]. Le plus grand problème des inclinomètres pots-tube est la température. Agnew a donné dans son article [Agnew, 1986] des pistes prometteuses pour résoudre ce problème tout en gardant des grandeurs équivalentes de la base : 1- l'inclinomètre à deux liquides de coefficients de dilatation thermique différents, 2- l'inclinomètre à mesure différentielle de pression au centre du tube, et 3- l'inclinomètre « Michelson Gale » à gros tube demi-rempli (figure 2.1a).

En contrepartie de leurs inconvénients touchant l'immobilité et la nécessité de grands espaces, les instruments longue-base agissent comme des filtres spatiaux et ils sont adaptés pour détecter la valeur moyenne de l'inclinaison à grande échelle. A titre d'exemple, pendant une activité hydrologique les fractures qui sont trop loin ou qui sont à une profondeur plus courte que la base de l'instrument ne contribuent pas à la déformation. Dans ce cas, seules les principales fractures hydrauliquement actives ont un effet mesurable [Jahr et al., 2006]. En conséquence, les instruments à courtes bases sont plus sensibles à ces effets locaux que les instruments plus grands. En outre, certaines autres influences que l'inclinaison, par exemple les variations de densité provoquées par les différences de température, la tension de surface agissant sur les parois des récipients du liquide, la symétrie des récipients et des transducteurs et ainsi de suite, peuvent ainsi faire bouger la surface du liquide [Fan et al., 1999]. Par conséquent une attention particulière doit être accordée à ces influences. Un problème apparaît aussi lorsque la mesure dans ces inclinomètres est capacitive. Dans ce cas, il est nécessaire d'utiliser un liquide isolant électrique.

La deuxième catégorie d'appareils géophysiques permettant la mesure d'inclinaison est celle des inclinomètres courte-base. Certains de ces appareils sont construits pour être enterrés dans des forages profonds, quelques-uns ont des dimensions trop importantes et sont installés en surface

ou à petite profondeur, et d'autres peuvent être utilisés dans les deux situations. L'avantage de la profondeur est de s'affranchir des effets environnementaux et météorologiques, surtout la température et la pluie. Des travaux [Weise et al., 1999] ont montré que les amplitudes des effets locaux diminuent considérablement avec la profondeur. De ce fait, les rapports signaux à bruit sont d'autant plus importants que la profondeur d'installation est élevée [Ishii et al., 2001, Wyatt et al., 1982, Kümpel et al., 2001]. Cependant, le besoin d'excavations provoque des installations souterraines coûteuses et il devient plus simple de faire des petits forages. Toutefois, la faible dimension d'un trou de forage signifie alors que l'instrument doit être petit et aura besoin d'un transducteur à gain élevé pour obtenir la sensibilité adéquate.

Un inclinomètre courte-base typique est le pendule horizontal [Levine et al., 1989]. Sa conception est telle que le balancier oscille à l'extrémité d'un bras fixé au cadre et maintenu par un fil attaché au support vertical de telle manière que le balancier se déplace le long d'un cercle horizontal (figure 2.1b). Il s'agit d'un système astatique : la force de rappel est conservée petite pour que des légères forces extérieures puissent provoquer des mouvements de grandes amplitudes. Si l'angle d'inclinaison du bras est petit, le pendule horizontal augmente sensiblement l'inclinaison. L'avantage des pendules horizontaux est donc leur capacité à amplifier le facteur mécanique (l'inclinaison du bras de l'inclinomètre est 40 fois plus importante que l'inclinaison réelle de la terre) [Kato, 1977]. Cependant, une petite inclinaison perpendiculaire à l'axe sensible du capteur ou une perturbation soudaine causée par exemple par un tremblement de terre peut totalement dérégler le pendule horizontal et cela demande des calibrations fréquentes [Skalsky and Picha, 1969]. La source d'erreurs la plus importante est sans aucun doute la suspension pendulaire, en particulier le matériau à partir duquel les fibres de suspension sont fabriquées, leur épaisseur et le mode de fixation. Une géométrie répandue de ces suspensions est celle développée par Zöllner. Les lois physiques qui régissent le mouvement d'un pendule horizontal monté avec cette géométrie ont été étudiées [Blum, 1963, Saleh et al., 1991] et les équations de son mouvement ont été établies [Vanicek and Lennon, 1972]. Certaines versions de ce pendule ont des dimensions très importantes ce qui oblige à les installer en surface [Zadro, 1978, Braitenberg et al., 2006] tandis que d'autres ont des dimensions compatibles avec une installation en forage [Kato, 1977]. De toute façon, la fragilité de la suspension rend ces instruments uniquement utilisables dans les mines ou les tunnels, ils sont donc inévitablement soumis à des effets de cavité. A noter enfin que ces pendules sont mono-axiaux; pour mesurer l'inclinaison dans les deux axes il faut donc monter deux instruments avec des directions de sensibilité orthogonales [Beauducel and Cornet, 1999].

D'autres instruments qui ont un comportement instable sont les pendules inversés. Le principe de tels capteurs est basé sur une masse ponctuelle qui est suspendue au-dessus d'un bras supposé sans masse. La base du bras est fixée à un bâti avec un ressort spiral. Le bâti et le pendule inversé sont tous les deux inclinés par rapport à l'horizontale et la verticale simultanément [Lantz, 2006]. Ces dispositifs souffrent de problèmes de stabilité en raison notamment de la dérive thermique et du

comportement anélastique dans les ressorts [Blair et al., 1994].

Récemment, un nouvel inclinomètre, le pendule plié « folded pendulum », a été réalisé [Wu et al., 2002]. Ce pendule apporte de nombreux avantages. Tout d'abord, et contrairement au pendule horizontal, il est insensible aux inclinaisons perpendiculaires à la direction de sensibilité. Deuxièmement, il est très sensible aux composantes basses fréquences des vibrations inclinométriques de la croûte terrestre. Enfin, sa dimension est d'environ 1/2 m ou même moins afin qu'il puisse être installé dans un volume limité comme un inclinomètre courte-base ordinaire. Un tel pendule plié se compose principalement d'un pendule positif et d'un pendule inversé (figure 2.1c). Le pendule positif fonctionne comme un pendule ordinaire simple. Chaque fois qu'il s'écarte de la position d'équilibre, la force de gravité agissant sur lui a tendance à le tirer de nouveau à sa position d'équilibre. Par contre, le pendule inverse se déplace encore plus loin de la position d'équilibre une fois qu'il s'écarte d'elle. Les pendules simple et inverse sont reliés par une plate-forme horizontale afin de former le pendule plié. Ainsi, le coefficient d'élasticité négatif du pendule inverse contrebalance partiellement le coefficient positif du pendule simple. Le coefficient élastique total du système peut alors être fortement réduit. La période propre d'un pendule normal est proportionnelle à sa longueur. Ainsi, pour une sensibilité importante nous avons besoin de grands pendules. Le pendule plié a une période propre plus grande que le pendule simple tout en gardant des petites dimensions physiques. Un pendule plié mentionné dans [Takamori et al., 2011] a une période de 2 s correspondant à une longueur effective de 1.1 m dans un pendule simple tandis que la longueur physique du pendule plié est de 4 cm. L'inconvénient de ce pendule qui est le même que celui de tous les inclinomètres cités jusqu'à présent, est qu'il ne peut être orienté que dans une seule direction. De plus, la petite dimension d'un instrument géophysique n'est pas un point toujours positif car un meilleur couplage au sol demande une surface de contact plus grande.

Un autre inclinomètre prometteur est le pendule-X ou le pendule croisé (figure 2.1d). Il apparaît comme un pendule simple fixé à une plaque horizontale. Cette plaque est à son tour fixée à une plaque supérieure coulissante, la connexion entre les deux plaques est maintenue par deux fils (cordes à piano) effectuant une forme x. Le mouvement de la masse suspendue imite celui d'un pendule simple de grande longueur mais dans une seule dimension [Kanda et al., 1994].

Une nouvelle configuration mécanique a aussi été proposée pour éviter le problème de sensibilité monodirectionnelle et la nécessité d'avoir deux pendules-X ou pendules pliés bien orthogonaux pour capter l'inclinaison dans deux axes horizontaux orthogonaux. Cette conception porte le nom de pendule conique [Winterflood and Blair, 1996] : Il se compose d'un pendule normal qui soutient une poutre par son milieu. L'extrémité supérieure de la poutre supporte la masse suspendue tandis que son extrémité inférieure est reliée à un pivot 2D qui la contraint de se déplacer le long d'une ligne verticale. Ce système se comporte comme un pendule inverse car l'extrémité supérieure de la poutre suit un chemin semi-sphérique. Une nouvelle version de ce pendule [Winterflood et al., 1999] a été créée au début du 21ème siècle, il s'agit du pendule à poutre U-inversé (figure 2.1e) : la topologie



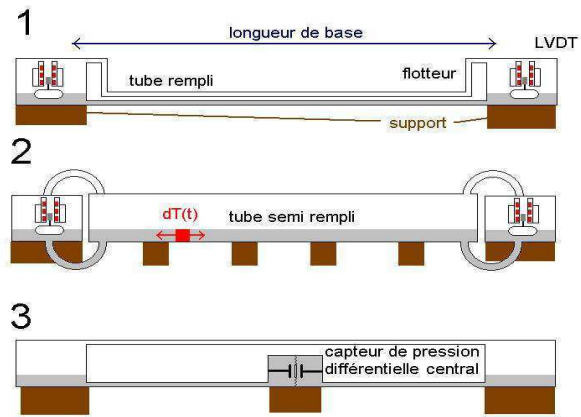
peut alors être totalement réaménagée tout en gardant la même géométrie de base pour donner à la poutre une forme d'un U inversé. Il devrait être possible de faire fonctionner ce système à des périodes de résonance de 150 s.

Selon Agnew [Agnew, 1986], un instrument idéal consiste en une ligne reliant deux points matériels dans le milieu soumis à la déformation. Un inclinomètre mesure alors l'orientation de la ligne par rapport à la verticale locale. Avec l'amélioration des capteurs de déplacement, le pendule n'a plus besoin d'amplifier de façon très importante les inclinaisons. Un pendule simple est beaucoup plus facile à construire que d'autres pendules et peut conduire à une bonne sensibilité. Deux genres de capteurs de déplacement intégrés dans ces instruments sont utilisés : ceux qui permettent la mesure du déplacement d'un solide et ceux qui sont adaptés aux cas des déplacements de fluides. Dans ce dernier cas, une bulle de gaz est emprisonnée dans un tube en verre rempli de liquide électrolytique. Des changements dans la position de cette bulle sont détectés dans deux directions orthogonales par 4 électrodes formant un pont électrique [Wyatt et al., 1982]<sup>1</sup>. Deux inclinomètres à bulle sont actuellement commercialisés : Technologies Pinnacle 5000 [Anderson et al., 2010] et Applied Geomechanics LILY [Geomechanics, 2011]. Les sources d'erreurs de ces instruments sont l'influence thermique qui contribue à la dilatation du liquide du capteur, le rétrécissement ou gonflement de la bulle de gaz, et le changement de la quantité de liquide en contact avec les électrodes du capteur [Kümpel et al., 2001]. Le deuxième type de capteurs de déplacement est adapté aux mouvements directs d'une barre verticale. Deux inclinomètres à pendule simple de cette catégorie, l'Askania (figure 2.1f) et le Lippmann, ont été très employés [Jahr et al., 2006, Allen et al., 1973]. Ils comportent un ou deux transducteurs capacitifs pour mesurer les déplacements. Dans la version originale de l'Askania, le pendule était seulement légèrement amorti, et il ne pouvait pas être utilisé dans des zones sismiquement actives. De plus, des clients de l'Askania [Weise et al., 1999] ont mis en évidence une légère non-orthogonalité des systèmes capacitifs et une déviation de  $2^\circ$  à  $5^\circ$  des axes sensibles par rapport aux axes indiqués sur la plaque au dessus de l'instrument. L'instrument entier pèse 80 kg (1.60 m de longueur et 0.14 m de diamètre), le pendule lui-même fait 0.60 m de long et la fréquence propre est de 0.7 Hz [Jahr et al., 2006]. D'autre part, le Lippmann est constitué de deux pendules verticaux de 130 mm de longueur (l'appareil fait 0.85 m), montés sur une plaque dans des directions orthogonales l'une par rapport à l'autre. Sa masse est de 25 kg.

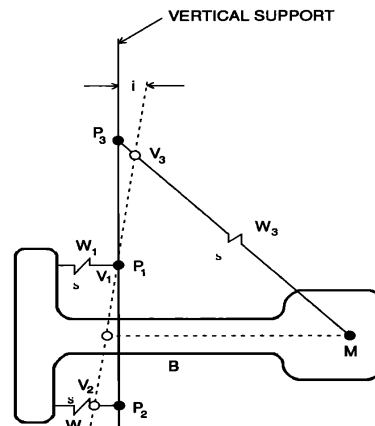
Dans le cadre du projet LINES et de cette thèse, un nouveau dispositif expérimental a été développé. Il utilise 3 capteurs optiques décrits dans le chapitre précédent pour mesurer le mouvement d'un pendule sphérique. Nous en décrivons dans les paragraphes suivants les aspects théoriques.

---

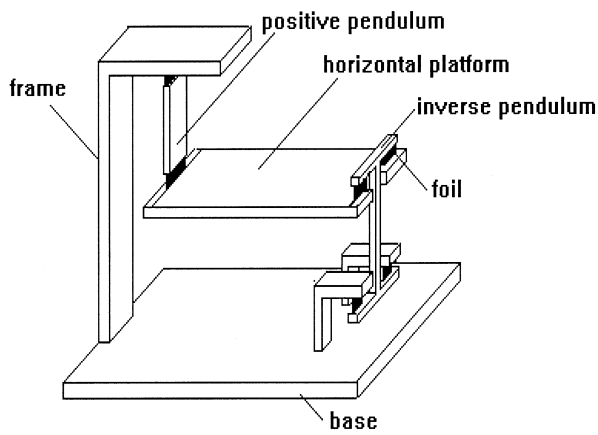
1. Dans cet article, Wyatt mentionne un autre genre d'inclinomètres : l'inclinomètre diamagnétique (ADL). Il contient une masse qui flotte dans un champ magnétique créé par exemple par un aimant permanent. Cela en fait un inclinomètre avec une suspension véritablement sans frottement. Le mouvement horizontal de la masse produite par l'inclinaison est détecté par un capteur optique.



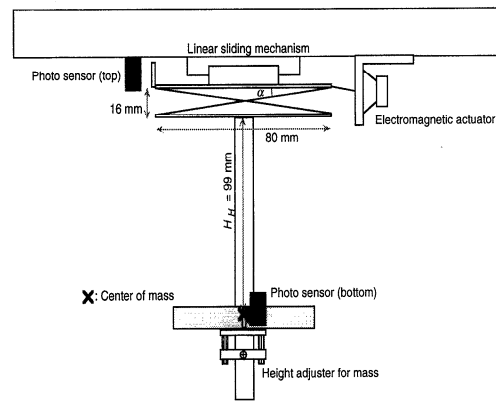
(a) Trois catégories d'inclinomètres à longue base



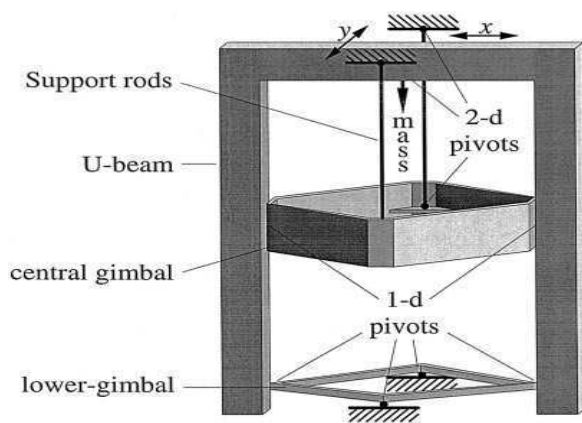
(b) Pendule horizontal



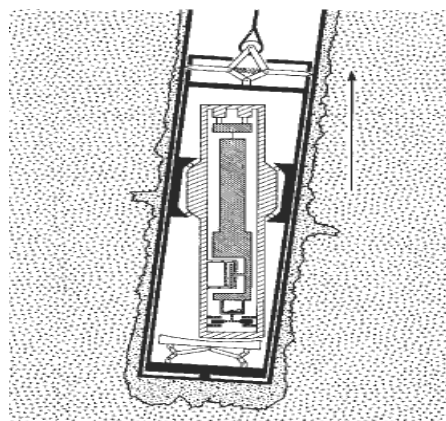
(c) Pendule plié



(d) Pendule-X



(e) Pendule-U



(f) Pendule Askania

FIG. 2.1: Différents types d'inclinomètres

## 2.2 Mécanique du pendule

Considérons un dispositif formé d'une tige accrochée à un point immobile et à laquelle est fixée à l'autre extrémité une masse ponctuelle. Lorsqu'il est placé dans un champ de pesanteur uniforme, un tel système capable de se mouvoir en 3 dimensions est appelé pendule sphérique [Pars., 1965]. Dans un repère lié au bâti de ce pendule idéal, la position de la masse ponctuelle par rapport au point d'encastrement est simplement définie par les angles d'azimut et d'élévation. Autrement, en tenant compte du mouvement du bâti dans un repère Galiléen, le mouvement de la masse passe à 5 degrés de liberté et les équations différentielles dans un régime forcé par les rotations et les accélérations externes demeurent difficiles à établir. Pour résoudre les problèmes arithmétiques, nous supposons que le mouvement du bâti se compose d'une translation dans un plan vertical et d'une rotation dont le vecteur instantané du torseur cinématique est toujours orthogonal au plan de translation. En d'autres termes, tous les points du bâti se déplacent dans un plan vertical. Cette approche permet de bien comprendre le comportement mécanique de ce pendule et de faire apparaître les grandeurs importantes de cet oscillateur mécanique, comme la fréquence de résonance et le facteur de qualité.

Considérons donc un repère  $(O, X, Y, Z)$  Galiléen et un repère  $(Q, x, y, z)$  relié au bâti qui est lui-même couplé au sol comme le montre la figure 2.2. Dans la réalité, plusieurs raisons nous em-

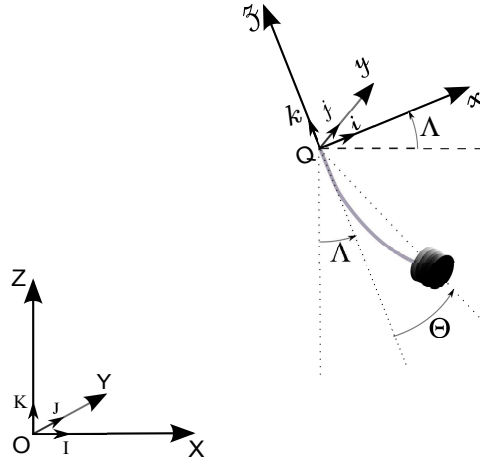


FIG. 2.2: Représentation du pendule oscillant lors de la rotation du repère  $(Q, x, y, z)$  d'un angle  $\Lambda$  dans le plan  $(\vec{OX}, \vec{OZ})$ .

pêchent de considérer notre instrument comme étant un pendule parfaitement simple. Tout d'abord, la tige en pyrex utilisée pour maintenir la masse cylindrique (non ponctuelle) pendulée a une section circulaire de rayon 2.2 mm et de longueur 0.85 m. Ceci revient à dire que le dispositif en question est un pendule complexe. De plus, l'encastrement de la tige à sa section supérieure engendre une flexion de cette première quand le bâti est incliné de la verticale ou quand le pendule est écarté de son état de repos. En négligeant l'effet de traction ou l'élargissement de la tige (cas d'oscillations faibles et lentes dans le repère du bâti), la flexion due au poids de la masse pendulée est totalement

équivalente à la flexion plane d'une poutre de Bernoulli sollicitée par une force à son extrémité.

Les équations de Lagrange sont un puissant outil analytique de mise en équation lorsqu'on désire obtenir les équations du mouvement d'un système. Bien qu'il se ramène aux lois de Newton, le formalisme de Lagrange a sur ces dernières un certain nombre d'avantages. Il est fondé sur un principe théorique fondamental et élégant. Il utilise des quantités scalaires plutôt que vectorielles et, en ce sens, sa forme est indépendante des coordonnées utilisées. Ceci facilite relativement un certain nombre de problèmes. Dans un système conservatif où les forces dérivent d'un potentiel  $E_p$ , on peut relier l'énergie cinétique  $E_c$  à  $E_p$  par les équations de Lagrange suivantes [Spiegel, 1972] :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad (2.1)$$

où

$$L = E_c - E_p \quad (2.2)$$

s'appelle le Lagrangien du système, et  $q_i = q_1, q_2, \dots, q_n$  sont les coordonnées généralisées;  $n$  étant le nombre de degrés de liberté. L'écriture des équations de mouvement de l'instrument revient alors au calcul des énergies potentielles et cinétiques.

### 2.2.1 Potentiel associé à la flexion de la tige

Pour calculer l'énergie potentielle des moments fléchissant la tige, les hypothèses simples de flexion des poutres de Bernoulli ont été retenues dans ce travail. La flexion plane de la tige est principalement causée par la force de pesanteur concentrée à l'extrémité libre de cette tige. D'après l'hypothèse de Bernoulli [Larralde, 1981], toute section plane et perpendiculaire à la ligne moyenne (ligne fléchie appartenant à l'axe de symétrie de la tige, appelée aussi ligne élastique) avant déformation reste plane et perpendiculaire à la ligne moyenne après application des charges. L'apparition des déformations en flexion peut être considérée comme le résultat de la rotation, les unes par rapport aux autres, des sections planes normales à la ligne moyenne. Considérons un élément de la tige de longueur  $d\zeta$  infiniment petit (figure 2.3).

On note par  $R_c$  le rayon de courbure de l'arc

$$\widehat{\Xi\Xi'} = R_c \cdot d\nu = d\zeta = \widehat{\Xi_1\Xi''},$$

et  $R'_c$  celui de

$$\widehat{\Xi_1\Xi'_1} = R'_c \cdot d\nu;$$

ce qui permet de calculer l'allongement

$$\widehat{\Xi''\Xi'_1} = (R'_c - R_c) \cdot d\nu = -x \cdot d\nu.$$

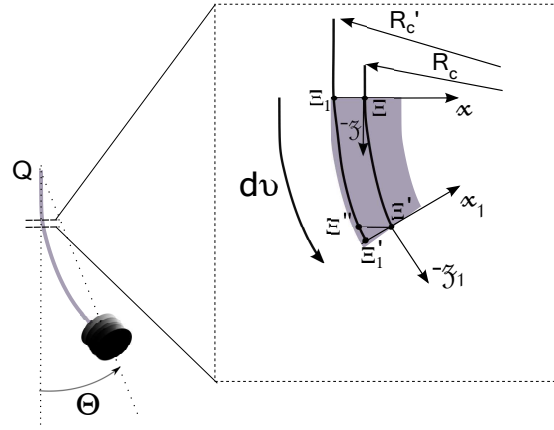


FIG. 2.3: Déformation d'une partie élémentaire de la tige lors de sa flexion.

L'allongement relatif d'une ligne d'abscisse  $x$  s'écrit :

$$e = \frac{\widehat{\Xi''\Xi'_1}}{\widehat{\Xi_1\Xi''}} = \frac{-x \cdot dv}{R_c \cdot dv},$$

implique

$$e = \frac{-x}{R_c}.$$

La loi de Hooke permet de relier l'allongement de la poutre à la contrainte au point  $\Xi_1$

$$\vec{\sigma} = -E \frac{x}{R_c} \cdot \vec{k}, \quad (2.3)$$

où  $E$  est le module de Young. La force élémentaire de cohésion (force interatomique qui maintient la cohésion des atomes dans le réseau cristallin) dans une surface  $d\zeta_{xy}$  perpendiculaire à la ligne moyenne devient

$$d\vec{f}_i = \vec{\sigma} \cdot d\zeta_{xy}. \quad (2.4)$$

La résultante de ces forces élémentaires de cohésion sur l'intégrité de la tige est nulle, par contre le moment de flexion est

$$\vec{\mathcal{M}}_y = \int_{\zeta_{xy}} \vec{x} \wedge d\vec{f}_i = - \int_{\zeta_{xy}} df_i \cdot x \vec{j}.$$

En introduisant les équations (2.3) et (2.4) dans cette dernière expression, on trouve la norme du moment fléchissant :

$$\mathcal{M}_y = \int_{\zeta_{xy}} \frac{E}{R_c} x \cdot x d\zeta_{xy} = \frac{E}{R_c} \int_{\zeta_{xy}} x^2 d\zeta_{xy}. \quad (2.5)$$

Or  $\int_{\zeta_{xy}} x^2 d\zeta_{xy}$  n'est autre que le moment quadratique de la section par rapport à l'axe des  $y$  noté  $J_{G_y}$ .

L'équation (2.5) devient alors

$$\mathcal{M}_y = \frac{E}{R_c} J_{G_y}. \quad (2.6)$$

Analytiquement, le rayon de courbure s'écrit :

$$R_c = \frac{\left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2x}{dz^2}}.$$

La grande majorité des problèmes linéaires de construction mécanique travaillant avec la flexion se résolvent en émettant l'hypothèse que la courbure reste très petite et que la flèche maximale reste inférieure à 1/1000 de la portée. Notre tige encastrée satisfait totalement cette hypothèse vu que les déformations maximales attendues sont de l'ordre de quelques  $\mu m$  pour une portée de 0.9m. Par conséquent  $\left(\frac{dx}{dz}\right)^2 \ll 1$  et  $\frac{1}{R_c}$  se ramène à  $\frac{d^2x}{dz^2}$ . Ainsi, d'après (2.6), l'expression différentielle de la ligne moyenne devient :

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \frac{\mathcal{M}_y}{EJ_{G_y}}. \quad (2.7)$$

Le torseur de la tige en équilibre est nul. Une force  $F_e$  et un moment  $\mathcal{M}_e$  au niveau de l'encastrement compensent respectivement le poids  $F_P$  de la tige et son moment  $\mathcal{M}_{P/Q}$  par rapport au point d'encastrement :

$$[\text{Torseur}] = \begin{cases} \vec{F}_e + \vec{F}_P = \vec{0} \\ \vec{\mathcal{M}}_e + \vec{\mathcal{M}}_{P/Q} = \vec{0}. \end{cases} \quad (2.8)$$

Le moment  $\mathcal{M}_{P/z}$  de la force de pesanteur par rapport à la section horizontale de la tige de hauteur

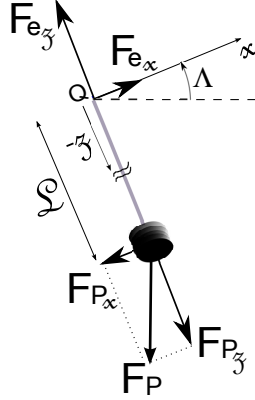


FIG. 2.4: Répartition des forces fléchissant la tige lors de son équilibre.

$z$  est alors égal en norme au moment de flexion  $\|\vec{\mathcal{M}}_y\|$  sur cette section. D'après la figure 2.4, on remarque que la composante de la pesanteur sur l'axe  $(\vec{Q}z)$  produit un moment nul sur la section considérée.  $\mathcal{M}_y$  s'écrit donc :

$$\mathcal{M}_y = F_{P_x} (z + \mathcal{L}), \quad (2.9)$$

$F_{P_x} = F_P \sin(\Lambda)$  étant la projection de la force de pesanteur sur l'axe des  $x$ , et  $\mathcal{L}$  la longueur de la tige. L'équation (2.7) se ramène donc à :

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \frac{F_{P_x}}{EJ_{G_y}} (z + \mathcal{L}). \quad (2.10)$$

Pour calculer l'équation de la flèche, il suffit d'intégrer (2.10) deux fois. La première intégration donne :

$$\frac{dx}{dz} = \frac{F_{P_x}}{EJ_{G_y}} \left( \frac{z^2}{2} + \mathcal{L}z + C_{ed_1} \right).$$

Or la pente  $\frac{dx}{dz}$  au point d'encastrement ( $z = 0$ ) est nulle, par suite  $C_{ed_1} = 0$ . La deuxième intégration aboutit à :

$$x = \frac{F_{P_x}}{EJ_{G_y}} \left( \frac{z^3}{6} + \mathcal{L} \frac{z^2}{2} + C_{ed_2} \right).$$

À l'encastrement, la flèche est nulle. Ce qui implique que  $C_{ed_2} = 0$ , et enfin l'équation de la flèche de la tige devient :

$$x = \frac{F_{P_x}}{EJ_{G_y}} \left( \frac{z^3}{6} + \mathcal{L} \frac{z^2}{2} \right). \quad (2.11)$$

À l'extrémité  $z = -\mathcal{L}$ , la flexion  $x(-\mathcal{L})$  est maximale et forme un angle

$$\Theta = \frac{x(-\mathcal{L})}{\mathcal{L}} = \frac{F_{P_x}}{EJ_{G_y}} \cdot \frac{\mathcal{L}^2}{3} \quad (2.12)$$

pour des petites oscillations. L'équation (2.12) et le torseur des forces (2.8) conduisent à conclure qu'un moment de rappel causé par la raideur de la tige apparaît à l'encastrement et tend à compenser le moment fléchissant causé par le poids de la masse du pendule de norme

$$\|\vec{F}_{e_x}\| = \|\vec{F}_{P_x}\| = \frac{3EJ_{G_y}}{\mathcal{L}^2} \Theta = \frac{k_r}{\mathcal{L}} \Theta. \quad (2.13)$$

L'encastrement crée alors un effet équivalent à celui d'un ressort spiral de raideur  $k_r/\mathcal{L}$  et exerçant sur la tige droite une force de rappel  $\vec{F}_{e_x}(\Theta)$ . Cette étude quasi statique de la déformation de la tige lors de la rotation du bâti nous conduit donc à proposer un modèle plus simple de ce pendule tout en intégrant les effets de l'encastrement de la tige dans le bâti. En d'autres termes, nous simplifions le modèle de poutre d'Euler-Bernoulli en le remplaçant par un pendule composé d'une tige rigide et d'une masse terminale sur laquelle nous plaçons un ressort spiral qui exerce un couple de rappel lors du mouvement de balancier de la tige. Cette nouvelle configuration est présentée sur la figure 2.5. L'énergie potentielle de la force de rappel du ressort vaut donc :

$$E_{p_f} = \frac{1}{2} k_r \Theta^2. \quad (2.14)$$

## 2.2.2 Potentiel associé à la pesanteur

### Centre d'inertie et rayon de giration

La tige en pyrex a une masse qui peut être non-négligeable. La masse à l'extrémité de la tige est cylindrique et contient des miroirs qui diminuent la densité de la masse pendulée. Le problème

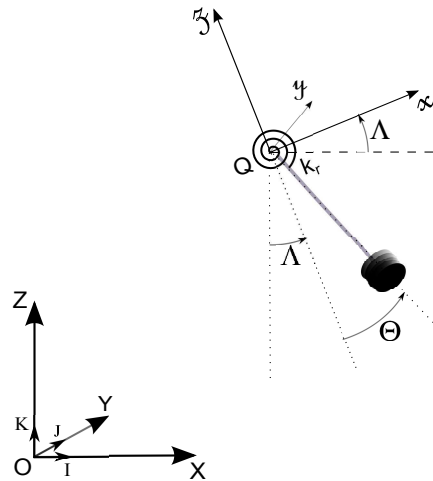


FIG. 2.5: Schéma identique à figure 2.2 présentant un modèle de pendule simple équivalent à l'inclinomètre de forage étudié dans ce travail. L'effet de rappel dû à la pesanteur est assuré par un ressort spiral reliant la tige du pendule à son bâti.

se ramène à un pendule pesant complexe. Afin de calculer l'énergie potentielle associée au poids et l'énergie cinétique du système, on note par  $\mathcal{L}$  la longueur de la tige,  $\ell$  la distance du centre de rotation  $Q$  au centre d'inertie du système pendulé

$$\ell = \frac{m_{tige} \cdot \overline{QM_{tige}} + m_{cyl} \cdot \overline{QM_{cyl}}}{m_{tot}}, \quad (2.15)$$

et  $\mathcal{R}$  le rayon de giration

$$\mathcal{R}^2 = \frac{J_Q}{m_{tot}} = \frac{\int r_m^2 dm}{\int dm}, \quad (2.16)$$

avec

$m_{tige}$	masse de la tige,
$m_{cyl}$	masse du cylindre à l'extrémité,
$m_{tot}$	masse totale du système pendulé (tige + cylindre),
$dm$	masse élémentaire appartenant à l'ensemble du pendule,
$M_{tige}$	centre d'inertie de la tige,
$M_{cyl}$	centre d'inertie du cylindre à l'extrémité,
$r_m$	distance de la masse élémentaire à l'axe de rotation,
$J_Q$	moment d'inertie du système pendulé par rapport à l'axe de rotation.



### Calcul de l'énergie potentielle de pesanteur

La force de pesanteur  $F_P$  est toujours orientée vers le centre de la Terre. Dans le repère fixe  $(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$  supposé Galiléen, cette force est parallèle à l'axe  $\vec{OZ}$  :  $\vec{F}_P = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \\ -m_{tot} g \vec{K} \end{Bmatrix} \parallel (O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ , tandis que dans le repère mobile  $(Q, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  lié au mouvement du sol et donc du bâti

$$\vec{F}_P = \begin{Bmatrix} -m_{tot} g \sin(\Lambda) \vec{i} \\ \vec{0} \\ -m_{tot} g \cos(\Lambda) \vec{k} \end{Bmatrix} \parallel (Q, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}).$$

Le travail élémentaire  $dW_P$  fourni par cette force lors d'un mouvement élémentaire du centre d'inertie  $d\vec{r}_\ell = \ell \cdot \begin{pmatrix} \cos(\Theta) \vec{i} \\ 0 \\ \sin(\Theta) \vec{k} \end{pmatrix} d\Theta$  est

$$dW_P = \vec{F}_P \cdot d\vec{r}_\ell = -m_{tot} g \ell \sin(\Lambda + \Theta) d\Theta.$$

Ainsi, l'énergie potentielle associée à la pesanteur du système pendulé s'oppose au travail fourni et s'écrit :

$$\begin{aligned} E_{PP} &= - \int dW_P = \int m_{tot} g \ell \sin(\Lambda + \Theta) d\Theta \\ &= -m_{tot} g \ell \cos(\Lambda + \Theta) + C_{PP}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

et l'énergie potentielle totale du système devient :

$$E_{PP} = \frac{1}{2} k_r \Theta^2 - m_{tot} g \ell \cos(\Lambda + \Theta) + C_{PP}. \quad (2.18)$$

### 2.2.3 Énergie cinétique

Supposons dans un premier temps que le repère essentiellement mobile  $(Q, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  est fixe. En ayant recours à l'équation (2.16), l'énergie cinétique des oscillations se limite à :

$$\begin{aligned} E_c \parallel_{(Q, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})} &= \frac{1}{2} J_Q \dot{\Theta}^2 = \frac{1}{2} m_{tot} \mathcal{R}^2 \dot{\Theta}^2 \\ &= \frac{1}{2} m_{tot} \left( \frac{d\vec{r}_{\mathcal{R}}}{dt} \right)^2, \end{aligned} \quad (2.19)$$

d'où l'analogie entre la vitesse  $\mathcal{R} \dot{\Theta}$  et le terme  $\frac{dr_{\mathcal{R}}}{dt}$ .  $\vec{r}_{\mathcal{R}}$  représente le vecteur directeur du centre de giration dans le repère mobile. Par définition, le centre de giration est, dans un corps qui est en

mouvement de rotation, le point qui, si toute sa masse pouvait y être concentrée, reproduirait la même vitesse angulaire. Dans le repère  $(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ , la position du centre de giration  $\vec{p}_{\mathcal{R}}$  est :

$$\vec{p}_{\mathcal{R}}(t) = \vec{OQ}(t) + \vec{r}_{\mathcal{R}}(t), \quad (2.20)$$

et sa vitesse inclut, en plus de la vitesse du centre de giration dans le repère fixe, la vitesse relative des origines et la vitesse de rotation du repère mobile :

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}_{\mathcal{R}}(t)}{dt} &= \frac{d\vec{OQ}(t)}{dt} \Big|_{(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})} + \frac{d\vec{r}_{\mathcal{R}}(t)}{dt} \Big|_{(Q, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})} + \vec{\Lambda}(t) \wedge \vec{r}_{\mathcal{R}}(t) \\ &= \begin{cases} [\dot{X}_Q(t) + \mathcal{R}(\dot{\Lambda} + \dot{\Theta}) \cos(\Lambda + \Theta)] \vec{I} \\ \vec{0} \\ [\dot{Z}_Q(t) + \mathcal{R}(\dot{\Lambda} + \dot{\Theta}) \sin(\Lambda + \Theta)] \vec{K}, \end{cases} \end{aligned} \quad (2.21)$$

$(X_Q, Y_Q, Z_Q)$  étant les coordonnées de  $Q$ , le centre du repère mobile, par rapport à  $(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ . Par conséquent, l'énergie cinétique totale devient :

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} m_{tot} \left\| \frac{d\vec{p}_{\mathcal{R}}(t)}{dt} \right\|^2 \\ &= \frac{1}{2} m_{tot} [\dot{X}_Q^2(t) + \dot{Z}_Q^2(t) + \mathcal{R}^2(\dot{\Lambda} + \dot{\Theta})^2 + 2\mathcal{R}(\dot{\Lambda} + \dot{\Theta})[\dot{X}_Q(t) \cos(\Lambda + \Theta) + \dot{Z}_Q(t) \sin(\Lambda + \Theta)]] . \end{aligned} \quad (2.22)$$

### 2.2.4 Forces de frottement

Lors du mouvement d'oscillation du pendule, celui-ci subit une force de résistance de l'air qui s'oppose à la vitesse. En hydrodynamique, le processus qui régit le déplacement des corps solides au sein des fluides a été largement étudié par George Gabriel Stokes qui a établi un simple modèle dans le cas d'un corps sphérique. Pour des corps de formes plus complexes subissant des forces de résistance parallèles à la vitesse du mouvement - appelé champs de vitesse « Stokeslet » -, on retrouve le même type de forces que pour la sphère. Dans la littérature, nous avons rencontré deux formes de modèles pour la traînée  $F_f$  : la première [Guyon et al., 1991] qui est proportionnelle à la vitesse  $v$  tient compte de la géométrie du corps grâce à un coefficient  $C_T$  de son tenseur et de la viscosité  $\eta$  :

$$|F_{f1}| = 4\pi C_T \eta v; \quad (2.23)$$

la deuxième [Communay, 2000, Pérez, 1992], proportionnelle au carré de la vitesse  $v^2$ , inclut dans son expression la masse volumique  $\rho_a$  de l'air, la surface maximale  $S_p$  de la section perpendiculaire à la direction de la vitesse, et un coefficient sans dimension  $C_{Re}$  qui ne dépend que du nombre de Reynolds ( $Re = \frac{\rho_a v \mathcal{D}}{\eta}$ ,  $\mathcal{D}$  étant le diamètre moyen de la plus grande dimension du système oscillant) :

$$|F_{f2}| = \frac{1}{2} C_{Re} S_p \rho_a v^2. \quad (2.24)$$

Dans le cas où le déplacement du pendule est lent,  $R_e < 100$  et  $C_{Re} \cdot R_e \approx Cte = C'_{Re}$  est une constante à déterminer expérimentalement. Il en résulte pour la traînée l'expression suivante :

$$|F_{f2}| = \frac{S_p}{2\mathcal{D}} C'_{Re} \eta v, \quad (2.25)$$

qui a la même forme que (2.23). En considérant le frottement centré sur le cylindre à la périphérie de la tige,  $\frac{S_p}{\mathcal{D}}$  se ramène à la hauteur  $h_c$  du cylindre. Enfin, l'expression finale de la force de frottement est :

$$\begin{aligned} |F_f| &= \frac{h_c}{2} C'_{Re} \eta v \\ &= k_f v \\ F_f &= -K_f \mathcal{L} \dot{\Theta}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

### 2.2.5 Calcul de l'équation différentielle pour un système non-conservatif

La force de frottement calculée dans le paragraphe 2.2.4 ne dérive pas d'un potentiel et rend le système non-conservatif. Dans ces conditions, l'équation de Lagrange (2.1) associée à la coordonnée généralisée  $\Theta$  subit une modification et s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\Theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \Theta} = F_f. \quad (2.27)$$

La résolution de cette dernière équation en complétant l'écriture du Lagrangien  $L$  dans l'expression (2.2) par celles de l'énergie cinétique (2.22) et l'énergie potentielle totale (2.18) pour des angles extrêmement petits (de l'ordre de  $\mu$  rad) aboutit à l'équation différentielle suivante :

$$\begin{aligned} \ddot{\Theta}(t) + \left( \frac{\ddot{Z}_Q(t)}{\mathcal{R}} + \frac{g\ell}{\mathcal{R}^2} + \frac{k_r}{m_{tot}\mathcal{R}^2} \right) \Theta(t) + \frac{k_f \mathcal{L}}{m_{tot}\mathcal{R}^2} \dot{\Theta}(t) \\ = -\ddot{\Lambda}(t) - \left( \frac{\ddot{Z}_Q(t)}{\mathcal{R}} + \frac{g\ell}{\mathcal{R}^2} \right) \Lambda(t) - \frac{1}{\mathcal{R}} \ddot{X}_Q(t). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Les termes du second ordre (les termes en  $\ddot{Z}_Q(t)$ ) sont tellement minimes par rapport aux autres que nous pouvons aisément les négliger :

$$\ddot{\Theta}(t) + \frac{k_f \mathcal{L}}{m_{tot}\mathcal{R}^2} \dot{\Theta}(t) + \frac{g\ell}{\mathcal{R}^2} \left( 1 + \frac{k_r}{m_{tot}g\ell} \right) \Theta(t) = -\ddot{\Lambda}(t) - \frac{g\ell}{\mathcal{R}^2} \Lambda(t) - \frac{1}{\mathcal{R}} \ddot{X}_Q(t) \quad (2.29)$$

ou

$$\ddot{\Theta}(t) + 2\xi \Omega_{p0} \dot{\Theta}(t) + \Omega_{p1}^2 (1 + \varepsilon_\Omega) \Theta(t) = -\ddot{\Lambda}(t) - \Omega_{p1}^2 \Lambda(t) - \frac{1}{\mathcal{R}} \ddot{X}_Q(t).$$

La raideur de la tige et son encastrement modifient la pulsation propre  $\Omega_{p1}$  du système idéal qui devient  $\Omega_{p0} = \Omega_{p1} \sqrt{1 + \varepsilon_\Omega}$ . Notons que si on pose  $\mathcal{L} = \mathcal{R} = \ell$ , on retrouve les équations bien connues des pulsations propres et de l'amortissement d'un pendule simple amorti. La figure 2.6

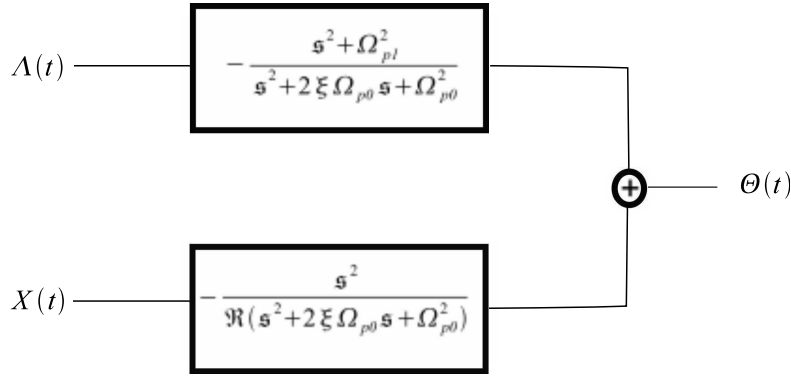


FIG. 2.6: Fonctions de transfert en transformée de Laplace reliant l'inclinaison et le déplacement de la terre à l'inclinaison  $\Theta(t)$  mesurée sur l'inclinomètre de forage. Le terme  $s$  représente la variable complexe de Laplace. Le pendule agit comme un filtre passe haut des déplacements (passe bas des accélérations) et un filtre coupe bande des inclinaisons.

représente un schéma bloc de la réponse du pendule lors d'une inclinaison d'angle  $\Lambda(t)$  de la terre, et d'une translation suivant l'axe  $\overrightarrow{OX}$ . En addition à l'amortissement visqueux<sup>2</sup> dû aux forces de frottement de l'air, nous identifions la présence d'autres amortissements qui peuvent être plus importants que le premier et qui pourraient être des causes supplémentaires de l'arrêt des oscillations. Ces amortissements sont très difficiles à modéliser vu que certains ont pour origine des phénomènes non-linéaires tels que l'amortissement hystérétique (ou amortissement structural) qui est décrit par le principe de la rigidité complexe causée par des frottements internes dans les matériaux. Une autre forme d'amortissement est celle causée par le retard de la réponse des contraintes aux déformations de la tige, on parle alors d'amortissement visqueux. Dans ce cas, le module de Young dans l'équation (2.3) devient complexe et l'amortissement intrinsèque reflétant le facteur de perte est le rapport entre le module visqueux (la partie imaginaire du module de Young) et le module élastique (la partie réelle) [Thomas and Laville, 2003]. La mesure expérimentale de l'amortissement total se fait par le suivi de la décroissance de l'amplitude des déplacements entre deux périodes  $t$  et  $t + t_1$  selon la loi du « lâcher » :

$$\xi' = \frac{1}{2\pi t_1} \ln \left( \frac{x(t)}{x(t + t_1)} \right). \quad (2.30)$$

Par suite, la pulsation propre du système amorti  $\Omega_p = \Omega_{p0} \sqrt{1 - \xi'^2}$  est celle qui sera mesurée, et le facteur de qualité du système a comme expression  $\mathcal{Q} = \frac{1}{2\xi'}$ . Bien que nous nous basions sur des méthodes expérimentales pour déterminer l'amortissement, il existe différentes façons d'introduire ces amortissements dans un code d'éléments finis : on cite l'amortissement de Rayleigh [Ling and Haldar, 2004] et le modèle de Kelvin-Voigt [Liu and Liu, 1998]. Concrètement, la mé-

2. Dans le cas d'un mouvement rapide de la masse où  $Re > 100$ , l'écoulement devient turbulent et l'équation (2.24) ne peut plus être simplifiée pour donner une équation linéaire. L'équation différentielle du mouvement (2.29) contiendra un terme en  $v^2$  et sera compliquée à résoudre.

thode des éléments finis permet de calculer numériquement des comportements complexes de notre système.

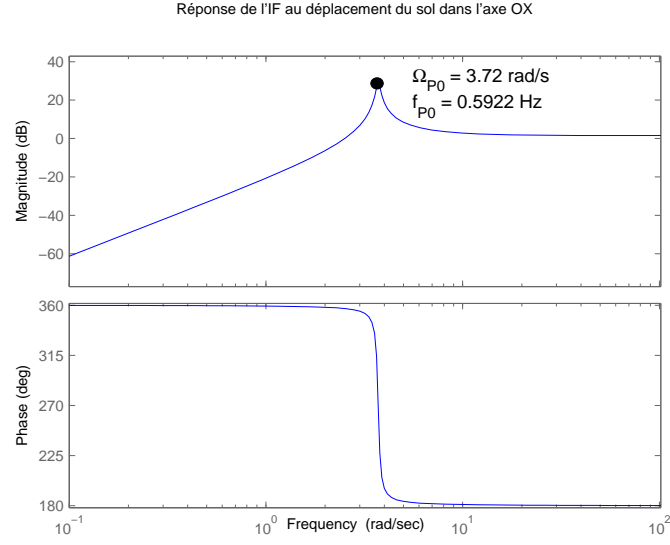


FIG. 2.7: Réponse théorique de l'IF-LINES au déplacement du sol dans l'axe OX en considérant un amortissement sous-critique ( $\xi = 0.02$ .)

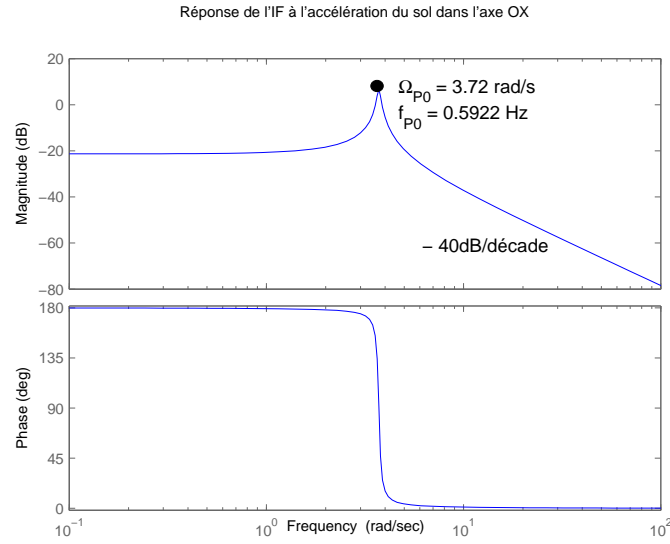


FIG. 2.8: Réponse de l'IF-LINES à l'accélération du sol dans l'axe OX en considérant un amortissement sous-critique ( $\xi = 0.02$ .)

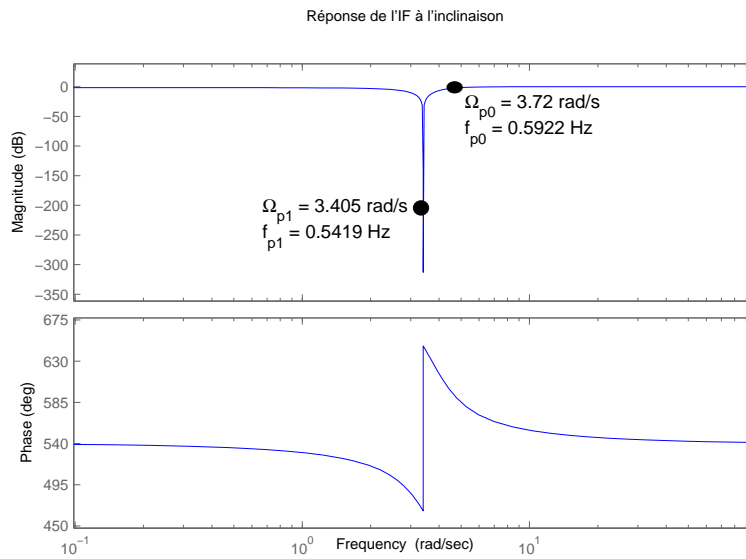


FIG. 2.9: Réponse de l'IF-LINES à l'inclinaison du sol en considérant un amortissement sous-critique ( $\xi = 0.02$ ).

### Application numérique

Le cylindre de hauteur  $h_c = 35$  mm et de rayon  $r_c = 15$  mm (la masse pendulée à l'extrémité de la tige) est muni de 3 miroirs pour réfléchir les faisceaux lumineux. Sa masse totale est  $m_{cyl} = 200$  g = 0.2 kg. Étant cylindrique, son moment d'inertie par rapport à l'axe passant par son centre de masse  $M_{cyl}$  et parallèle à  $(\vec{Q}\vec{y})$  est  $J_c = \frac{m_{cyl}r_c^2}{4} + \frac{m_{cyl}h_c^2}{12} = 3.1667 \cdot 10^{-5}$  kg · m<sup>2</sup>. En respectant le théorème de transport de Huygens, le moment d'inertie du cylindre par rapport à  $(\vec{Q}\vec{y})$  devient  $J_{c/Q} = J_c + m_{cyl} \mathcal{L}^2 = 0.1445$  kg · m<sup>2</sup>.

La tige de longueur  $\mathcal{L} = 0.85$  m et de rayon  $r_t = 1.1$  mm est en pyrex dont la constante de Hooke a comme valeur  $E = 69$  GPa et la masse volumique vaut  $\rho_t = 2200$  kg/m<sup>3</sup>; ce qui implique une masse  $m_{tige} = 0.0071$  kg, un moment d'inertie par rapport à  $(\vec{Q}\vec{y})$   $J_{t/Q} = \frac{m_{tige}r_t^2}{4} + \frac{m_{tige}\mathcal{L}^2}{12} + \frac{m_{tige}\mathcal{L}^2}{4} = 0.0017$  kg · m<sup>2</sup> et un moment quadratique  $J_{G_y} = \frac{\pi r_t^4}{4} = 1.15 \cdot 10^{-12}$  m<sup>4</sup>.

Par suite, le moment d'inertie du système pendulé par rapport à l'axe de rotation est  $J_Q = J_{c/Q} + J_{t/Q} = 0.1462$  kg · m<sup>2</sup>, et d'après les relations (2.15), (2.16) et (2.13), on calcule la distance au centre d'inertie  $\ell = 0.83$  m, le rayon de giration  $\mathcal{R} = 0.84$  m et la constante de raideur du ressort spiral  $k_r/\mathcal{L} = 0.33$  N/rad.

Enfin, la pulsation propre du système idéal est  $\Omega_{p1} = \frac{\sqrt{g\ell}}{\mathcal{R}} = 3.4050$  rad/s ( $f_{p1} = 0.542$  Hz), et celle du système réel d'après l'équation (2.29)  $\Omega_{p0} = 3.6776$  rad/s ( $f_{p0} = 0.585$  Hz).

### 2.2.6 Amortissement artificiel de la résonance

La réponse en fréquence de notre instrument, représentée sur la figure 2.7, sur la figure 2.8, et sur la figure 2.9, montrent que le pendule réagit dans son mode principal d'oscillations comme un filtre passe-bas des accélérations, mais présente une amplification à sa fréquence propre  $f_{P0}$ . Cette amplification est un inconvénient du système mécanique car elle peut noyer le mouvement du sol dans l'effet du pendule. Une première solution pour lutter contre ce problème de résonance serait d'amortir mécaniquement les vibrations (en immergeant l'instrument dans un fluide visqueux par exemple). Bien qu'elle soit efficace, cette solution atténue fortement le signal dans toute la bande de fréquence. Pour contourner ce problème, nous proposons ici une méthode de traitement du signal dont le principe est de post-traiter le mouvement du pendule de façon à créer un amortissement virtuel à la fréquence précise de résonance du pendule.

Un modèle d'une réponse idéale de l'IF-LINES ressemble à la courbe cyan de la figure 2.10. Une approche statistique qui consiste à minimiser l'erreur entre un modèle désiré et la sortie d'un

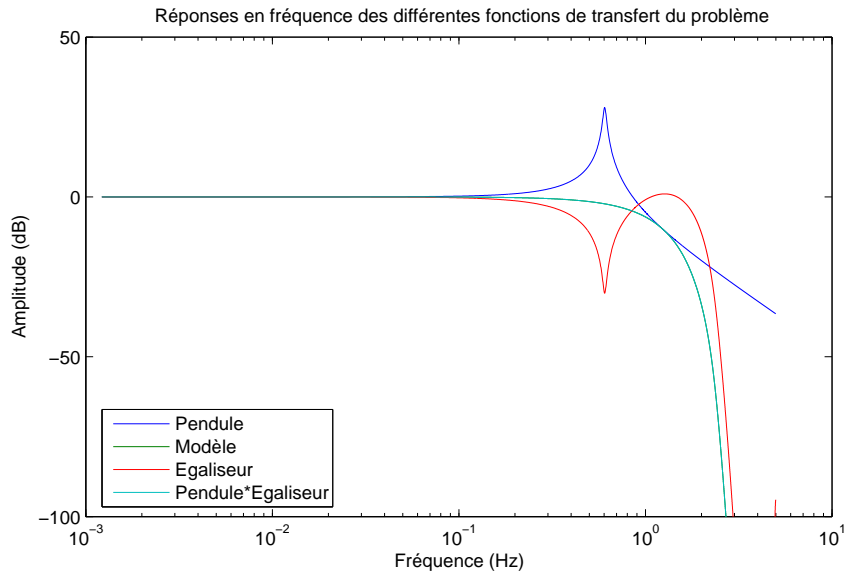


FIG. 2.10: Atténuation virtuelle du mouvement du pendule à sa fréquence de résonance à l'aide d'un filtre de Wiener égaliseur. En bleu : Réponse brute de l'instrument. En rouge : Réponse de l'égaliseur calculé par la résolution des équations de Wiener-Hopf. En cyan : Réponse du pendule égalisé. En vert (confondu avec la courbe cyan) : Réponse du modèle idéal.

filtre en présence d'un bruit stationnaire a été proposée par Norbert Wiener [Wiener, 1949] qui a créé le filtre portant son nom. Ce filtre optimal diffère de celui de Kalman car il ne permet pas d'adapter ses coefficients dans le cas d'un changement dans le temps des caractéristiques du processus (dans notre cas, les coefficients sont la fréquence propre, l'amortissement et le gain du pendule). Les équations de Wiener-Hopf [Speck, 1985] permettent de calculer les coefficients de la réponse

impulsionnelle d'un filtre égaliseur  $H_e(q^{-1})$  (courbe rouge de la figure 2.10) qui, convoluée à celle du pendule  $H_p(q^{-1})$  (courbe bleu de la figure 2.10) donne celle d'un modèle désiré  $H_m(q^{-1})$ . À la sortie du filtre égaliseur dans figure 2.11,  $x_e(k)$  représente le mouvement égalisé du pendule dépourvu du problème de résonance. La figure 2.12 illustre un exemple de résultat d'égalisation par filtrage de Wiener pour un déplacement de pendule sinusoïdal perturbé par une vibration aléatoire fortement amplifiée à la fréquence de résonance du capteur. En sortie de l'égaliseur, les vibrations aléatoires sont fortement atténuées.

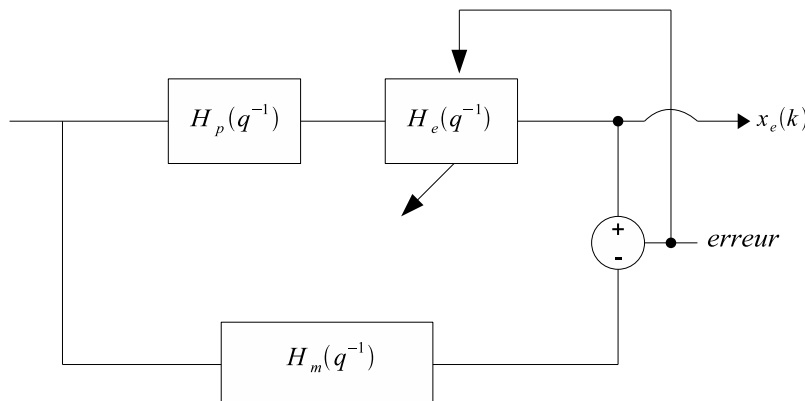


FIG. 2.11: Principe du filtre égaliseur permettant d'augmenter artificiellement le coefficient d'amortissement du pendule. Le filtre mécanique du pendule  $H_p(q^{-1})$  est suivi du filtre égaliseur  $H_e(q^{-1})$  pour créer une fonction équivalente à un filtre passe-bas  $H_m(q^{-1})$  sans surtension.

### 2.2.7 Vibration de la tige

Un phénomène parasite de notre instrument mécanique a été expérimentalement observé et vérifié sur les données mesurées représentées dans la figure 2.13. Il s'agit du premier mode de vibration transversale de la tige en pyrex, qui peut être interprété en première approximation comme le premier mode de vibration d'une corde tendue. Lors d'une excitation extérieure de la structure, le point d'encastrement exerce sur la poutre une force qui donne naissance à une onde mécanique qui se propage tout au long de la tige comme le montre figure 2.14. Le modèle physique permettant de représenter les mouvements d'oscillations d'un fil tendu est celui de la corde vibrante. La fréquence propre de propagation de l'onde vibratoire est plus élevée que celle du mode essentiel du pendule. Même si ce n'était pas le but de la construction de l'instrument, l'intérêt de cette brève étude du mode vibratoire dans le repère mobile et indépendamment des lentes oscillations du pendule, peut servir à tester la réaction de notre inclinomètre de forage lors du passage des ondes sismiques.

L'énergie mécanique de la tige est conservée lors de sa vibration, mais il s'agit d'une conserva-



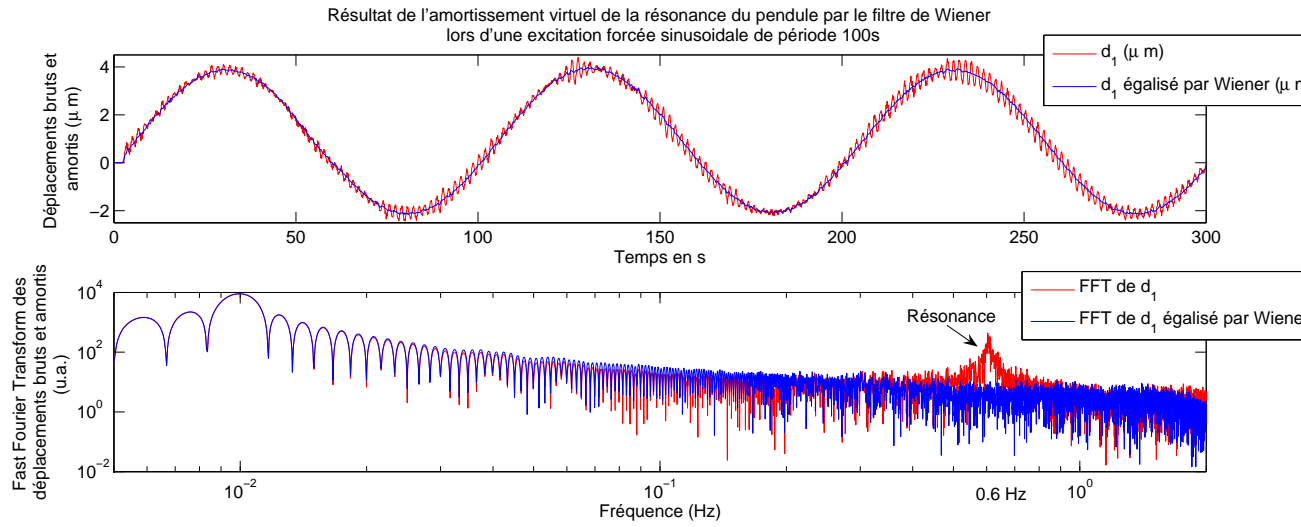


FIG. 2.12: Exemple de résultat obtenu par un filtre de Wiener égaliseur permettant d'amortir la résonance à 0.6 Hz du pendule lors d'une excitation sinusoïdale forcée. Les perturbations aléatoires à la fréquence de résonance du pendule sont fortement atténuées.

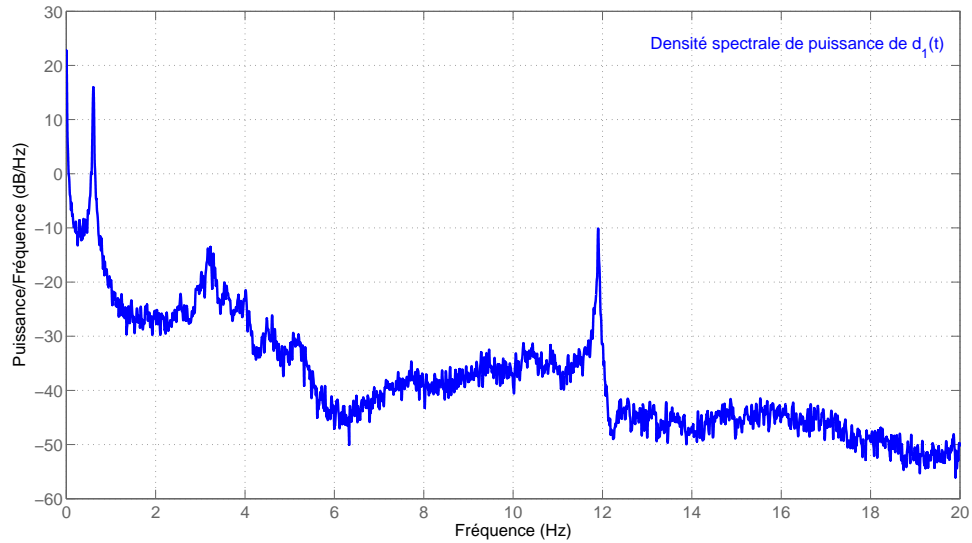


FIG. 2.13: Densité spectrale de puissance du déplacement à la voie 1 du pendule. Le pic à la fréquence 0.6 Hz correspond au premier mode d'oscillation du pendule. Celui à 12 Hz correspond à la vibration de la tige. La bande de fréquence autour de 3 Hz est causée par la ventilation dans le laboratoire de mesure.

tion dans l'espace-temps : toute variation dans le temps est compensée par une variation dans l'espace. L'énergie cinétique à chaque point de la tige a une densité linéique  $e_c = \frac{1}{2} \mu_t \left( \frac{\partial x}{\partial t} \right)^2$  ( $\mu_t$  étant la

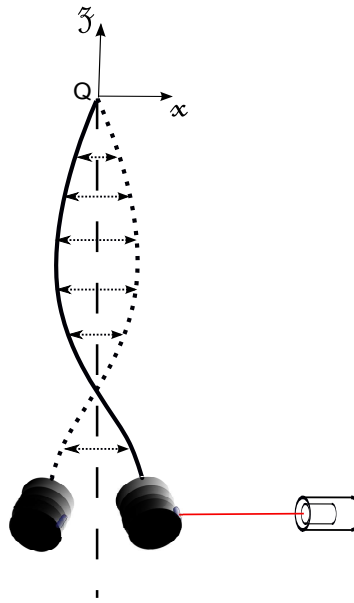


FIG. 2.14: Dessin de la vibration de la tige à une fréquence  $\approx 12\text{Hz}$  dans des échelles grandement exagérées.

masse linéique du pyrex) et le fait que la corde s'est un peu allongée d'une grandeur  $\approx dz \frac{1}{2} \left( \frac{\partial x}{\partial z} \right)^2$  se traduit par une densité linéique d'énergie de position  $e_p = \frac{1}{2} F_{T_0} \left( \frac{\partial x}{\partial z} \right)^2$ ,  $F_{T_0}$  est la tension au repos et est égale à la projection de la force de pesanteur sur l'axe des  $z$ ,  $F_{T_0} = F_{P_z} = F_p \cos(\Lambda)$ , comme le suggère le dessin de figure 2.4. L'équation différentielle correspondante s'écrit :

$$\mu_t \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = F_{P_z} \frac{\partial^2 x}{\partial z^2}$$

ou

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = c_v^2 \frac{\partial^2 x}{\partial z^2}. \quad (2.31)$$

Cette dernière est l'équation de propagation ou équation de d'Alembert à une dimension [LABARTHE, 2005]. Elle assure le « couplage » entre les variables d'espace et de temps qui permet de décrire efficacement le phénomène de propagation. Évidemment, la raideur de la tige influe la vibration [Obert, 2010] et transforme (2.31) en :

$$\mu_t \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = F_{P_z} \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} - E J_{G_y} \frac{\partial^4 x}{\partial z^4}. \quad (2.32)$$

Ainsi, pour chaque mode de mouvement caractérisé par un nombre de ventres  $n_v$  qui apparaissent sur la tige, (2.32) a une solution :

$$x(\mathcal{L}, t) = A_{n_v} \sin(n_v \pi) \sin(\tilde{\omega}_{n_v} t + \phi_{n_v})$$

avec une pulsation :  $\tilde{\omega}_{n_v} = \frac{n_v \pi c_v}{\mathcal{L}} \sqrt{1 + \frac{E J_{G_y} n_v \pi^2}{F_{P_z} \mathcal{L}^2}}.$  (2.33)

Expérimentalement, la valeur de la fréquence de vibration  $\tilde{f}$  que nous avons détectée sur le spectre de fréquences est de 11.8Hz, tandis que théoriquement pour le premier mode d'extrémités non libres ( $n_v = 1$ ), elle est de 11.35Hz. À noter que nous avons considéré l'extrémité de la tige tenant le cylindre comme non libre puisque la masse du cylindre est plus importante que celle de la tige. Cette hypothèse n'est pas totalement vraie, ce qui entraîne une incertitude sur l'indice  $n_v$  choisi.

### 2.2.8 Effet d'une probable charge électrostatique sur l'action du pendule

Un deuxième effet secondaire a été remarqué après avoir déplacé notre instrument dans une voiture. La masse oscillante du pendule ayant gagné une charge électrostatique  $q_{es_m}$  lors de ce déplacement, elle subissait une force d'attraction vers la couronne qui l'entoure comme le montre figure 2.15. Cette couronne à son tour est aussi chargée, uniformément. Pour remettre l'instrument dans son état initial, nous avons relié la masse oscillante et la couronne électriquement à la terre. À première vue, cela a semblé annuler le chargement électrostatique, mais une observation spectrale des mesures a montré une légère diminution de la fréquence propre d'oscillation. Cette section a pour objectif d'étudier l'effet de cette force électrostatique sur l'équation du mouvement du pendule. L'étude du mouvement tridimensionnel du pendule étant difficile à modéliser, on le limite à un plan vertical d'oscillations, le plan  $y = 0$  par exemple. Ainsi, la charge devient symétriquement répartie dans les deux demi-espaces séparés par le plan d'oscillation. Il devient donc judicieux de considérer que les charges électrostatiques élémentaires des parois de la couronne de chaque côté des oscillations sont concentrées et forment deux charges ponctuelles  $q_{es_c}$  de même valeur comme le montre la figure 2.16.

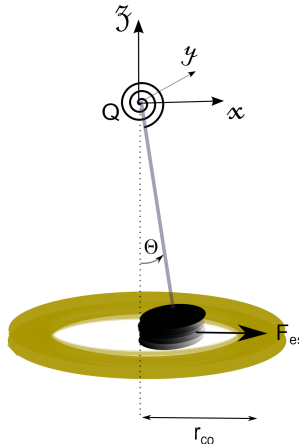


FIG. 2.15: Masse oscillante attirée par la couronne.

La masse subit alors une force attractive de chacune des deux charges. D'après la loi de Coulomb qui décrit la force d'interaction entre deux charges électrostatiques, la force est inversement proportionnelle au carré de la distance qui sépare les charges en question et à la permittivité du vide

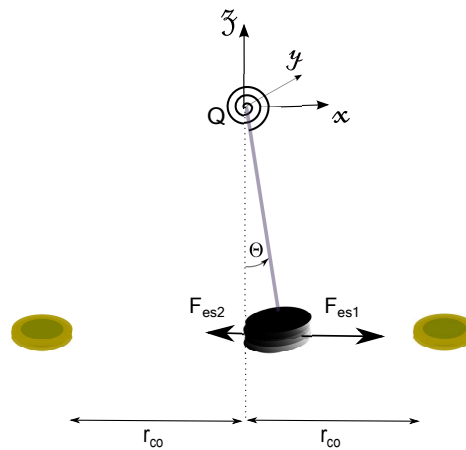


FIG. 2.16: Masse oscillante attirée par deux charges identiques élémentaires de la couronne.

$\epsilon_0$  :

$$\begin{aligned}\vec{F}_{es1} &= \frac{q_{esm}q_{esc}}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(r_{co} - \mathcal{L}\Theta)^2} \cdot \vec{i} \\ \vec{F}_{es2} &= -\frac{q_{esm}q_{esc}}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(r_{co} + \mathcal{L}\Theta)^2} \cdot \vec{i}\end{aligned}\quad (2.34)$$

Un développement limité de Taylor du premier ordre des équations de ces forces donne :

$$\begin{aligned}\vec{F}_{es1} &\approx \frac{q_{esm}q_{esc}}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r_{co}^2} + \frac{2\mathcal{L}}{r_{co}^3}\Theta \right] \cdot \vec{i} \\ \vec{F}_{es2} &\approx \frac{q_{esm}q_{esc}}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{-1}{r_{co}^2} + \frac{2\mathcal{L}}{r_{co}^3}\Theta \right] \cdot \vec{i}.\end{aligned}\quad (2.35)$$

La force électrostatique résultante  $\vec{F}_{es} = \vec{F}_{es1} + \vec{F}_{es2}$  est alors :

$$\vec{F}_{es} \approx \frac{q_{esm}q_{esc}}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4\mathcal{L}}{r_{co}^3}\Theta \cdot \vec{i}.\quad (2.36)$$

On note par  $k_{es}$  l'écriture

$$k_{es} = \frac{q_{esm}q_{esc}}{\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\mathcal{L}^2}{r_{co}^3},\quad (2.37)$$

et enfin une écriture pratique de la force électrostatique résultante

$$\vec{F}_{es} \approx \frac{k_{es}}{\mathcal{L}}\Theta \cdot \vec{i}.\quad (2.38)$$

Cette force ne dépend pas du chemin suivi, elle est donc conservative. Lors d'un mouvement élémentaire  $\mathcal{L}d\Theta \cdot \vec{i}$  de l'oscillateur, l'énergie potentielle consommée est :

$$\vec{E}_{pF} = - \int F_{es}\mathcal{L}d\Theta = - \int k_{es}\Theta d\Theta = -\frac{1}{2}k_{es}\Theta^2.\quad (2.39)$$

En remarquant que la dernière équation a un effet contraire à l'énergie potentielle dissipée par la flexion de la tige (2.14), on déduit que l'équation différentielle (2.29) du mouvement du pendule devient :

$$\ddot{\Theta}(t) + \frac{k_f \mathcal{L}}{m_{tot} \mathcal{R}^2} \dot{\Theta}(t) + \frac{g\ell}{\mathcal{R}^2} \left( 1 + \frac{k_r - k_{es}}{m_{tot} g\ell} \right) \Theta(t) = -\ddot{\Lambda}(t) - \frac{g\ell}{\mathcal{R}^2} \Lambda(t) - \frac{1}{\mathcal{R}} \ddot{X}_Q(t), \quad (2.40)$$

et que la pulsation propre devient  $\Omega_{p0} = \Omega_{p1} \sqrt{1 + \frac{k_r - k_{es}}{m_{tot} g\ell}}$ . Cette dernière équation valide la diminution observée de la fréquence propre. Cependant, le phénomène de diminution de la fréquence de résonance s'est peu-à-peu évanoui et nous avons retrouvé la fréquence de résonance initiale lorsque l'équilibre de charge électrostatique a été atteint.

## 2.3 Couplage avec le capteur de déplacement et calibration de l'IF-LINES

Au début de ce chapitre nous avons établi une étude bibliographique des différents instruments inclinométriques. Nous avons signalé que parmi les pendules simples, le Lily et le Pinnacle utilisent des électrodes pour détecter les mouvements de la bulle tandis que dans l'Askania et le Lippmann les détecteurs de mouvements sont des éléments capacitifs - une plaque qui n'est autre que la masse oscillante et une ou deux plaques fixées sur les parois de l'appareil. Ce mode de mesure est très sensible aux déplacements mais présente quelques inconvénients. En effet, la tension de sortie sur la plaque centrale peut varier seulement à des fréquences d'intérêt (quelques Hertz et dessous), et à ces basses fréquences tous les dispositifs électroniques deviennent plus bruyants que leurs dérives thermiques. Ces bruits excédentaires ont généralement un spectre proportionnel à  $f^{-1}$  pour les fréquences inférieures à 1 Hz (10Hz pour certains appareils). Outre cela, une mesure inductive par LVDT<sup>3</sup> est répandue parmi les inclinomètres longue-base. Pour ces dernières et en raison de courants de Foucault et d'hystérésis, la tension de sortie n'est généralement pas en phase avec l'entrée et contient également des harmoniques supérieures. De plus, tous les capteurs électroniques de mouvement ont besoin d'une alimentation par piles rechargeables et d'un enregistreur numérique multicanal logés dans une boîte à proximité des inclinomètres et parfois enterrés dans le sol ce qui entraîne des lacunes dans les données causées par une batterie vide ou par la circulation des eaux souterraines. Un suivi du bon déroulement des expériences engage fréquemment le déplacement du personnel pour remplacer une batterie vide ou vider un forage inondé [Kümpel et al., 2001].

L'usage de l'optique dans les capteurs géophysiques avait premièrement recours à la méthode de Poggendorff ou ce qu'on appelle de nos jours le « levier optique » : La lumière est émise envers un

---

3. Un LVDT (de l'anglais : Linear Variable Differential Transformer) est un capteur inductif de déplacements linéaires. Il est constitué d'un enroulement primaire enroulé sur un gabarit ferromagnétique entre deux enroulements secondaires identiques.

miroir qui, lorsqu'il tourne d'un angle  $\theta$ , fait dévier le faisceau lumineux de  $2\theta$  à la distance  $r$ . Les faisceaux lumineux sont enregistrés par des photocellules [Agnew, 1986, Takamori et al., 2011] ou des jonctions P-N [Braitenberg et al., 2006]. Le premier capteur de mouvements par interférométrie optique était celui de Michelson (en 1914). Un faisceau de lumière d'une source est envoyé à un séparateur de faisceaux où il est divisé de manière égale et continue à deux réflecteurs. Les faisceaux retournés se rencontrent et interfèrent au niveau du séparateur, l'énergie de l'interférence est captée par un détecteur. La conception la plus couramment utilisée pour effectuer des mesures interférométriques fixe un bras et permet le mouvement d'un autre. Les premiers modèles de cet inclinomètre utilisaient une source Laser qui pointe directement sur la cible. L'emploi de fibres optiques dans les mesures géophysiques est apparu plus tard, certains sans interférométrie optique [Braitenberg et al., 2006], les autres en utilisant les systèmes de Michelson et de Mach-Zehnder [Zumberge et al., 2004]. L'inconvénient de l'interféromètre de Michelson est qu'il a besoin de plusieurs éléments optiques et qu'il faut maintenir un des deux miroirs stables. L'interféromètre de Mach-Zehnder, quant à lui, est employé dans les gravimètres [Niebauer et al., 1995] et les strainmeters [Blum et al., 2008]. Notre choix est celui de l'interféromètre Fabry-Pérot extrinsèque à fibres optiques, les détails de ce capteur ayant été discutés dans chapitre 1. Son point fort est qu'il n'a pas besoin d'un miroir additif vu que l'interférence se fait à l'extrémité de la seule fibre émettrice, ni de polarisateurs pour moduler la lumière de la diode Laser.

Pour des rotations du pendule de l'ordre du microradian, le déplacement micrométrique du cylindre (i.e. la masse) à l'extrémité du pendule est quasi-planaire. Le suivi de ce déplacement est assuré grâce à trois mesures optiques dans le plan horizontal comme le montre la figure 2.21. L'intérêt d'avoir trois mesures de déplacements  $(d_1(t), d_2(t), d_3(t))$  dans un repère cartésien à deux bases  $(\vec{u}_x \text{ et } \vec{u}_y)$  est la possibilité de créer un système surdéterminé permettant d'extraire une mesure différentielle. En fait, les trois déplacements mesurés sont fonction de phénomènes ayant une origine physique commune (dérive du système de mesure au cours du temps). Dans un exemple de cas réel, ces variations peuvent résulter par exemple d'une dilatation thermique du système de mesure, ou d'une variation de la longueur d'onde optique provenant de l'unique diode Laser dans le circuit optique représenté dans la figure 2.17. Ces variations communes du système de mesure correspondent à un même déplacement apparent sur les 3 axes de mesures. Trois collimateurs laser sont fixés dans la couronne mentionnée dans la section 2.2.8. Ils visent trois miroirs collés sur la masse et forment trois axes optiques idéalement sécants au centre de la masse et écartés de  $120^\circ$ . Dans un tel système idéal, la somme des vecteurs directeurs des trois déplacements mesurés, et leur moyenne désormais appelée « le mode commun », sont nulles. Le détail de ce système fait partie d'un brevet déposé [Chéry and Collard, a] dont les éléments principaux sont donnés ici.

Afin de calibrer l'instrument et vérifier l'efficacité de la mesure différentielle, le pendule est monté dans le trépied illustré dans la figure 2.18.

L'ensemble est excité en régime forcé par une plaque piézo-électrique posée sous un des trois

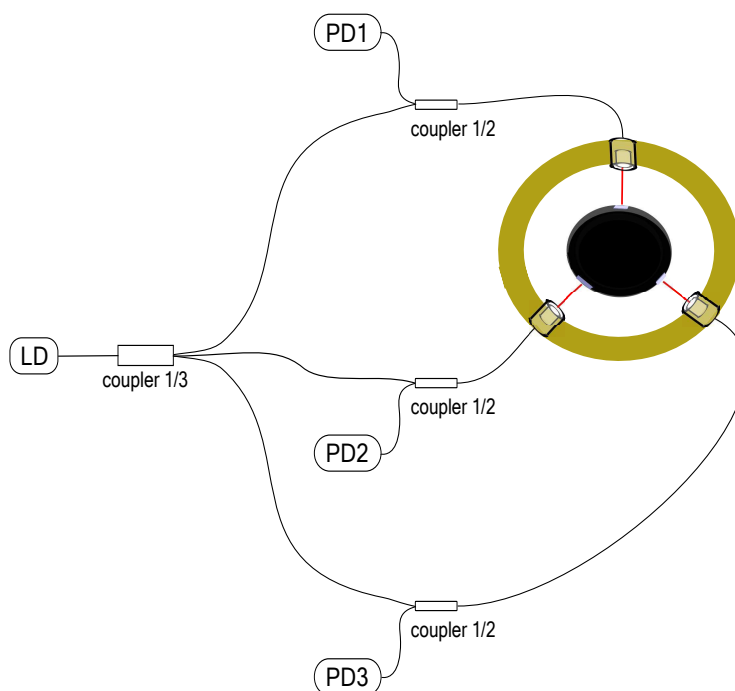


FIG. 2.17: Vue simplifiée de la configuration de l'inclinomètre de forage LINES. En réalité, les axes de vision des collimateurs sont dirigés verticalement vers le bas, et trois coins-cube servent à dévier les faisceaux Laser horizontalement pour enfin se réfléchir sur les miroirs collés sur la masselotte.

pieds et capable de vibrer dans une direction longitudinale. Afin de stimuler toutes les fréquences propres de l'instrument, un premier mode d'excitation en créneaux est utilisé pour agiter la plaque. Comme le montre le résultat de cette expérience dans la figure 2.19, certaines raies de fréquences sont adoucies et d'autres sont absentes dans la transformée de Fourier de  $d_1 + d_2 + d_3$ . Les deux pics résiduels à 11.8 Hz et 25.8 Hz, qui sont supposés représenter les 2 premiers modes de vibration de la tige (section 2.2.7), sont atténués d'environ 8 dB en moyenne par rapport à la somme. Cette résistance à exister dans le mode commun réside du fait que le mouvement de la masse à ces deux fréquences n'est pas dans le plan horizontal mais tourne autour d'un centre fictif comme on constate dans figure 2.14. Une incertitude se pose au regard de la raie de 49 Hz, elle peut bien s'agir du troisième mode de vibration de la tige, comme elle peut provenir du secteur électrique vu qu'elle est proche de 50 Hz. Tandis que pour l'oscillation principale du pendule à 0.6 Hz, elle est quand même plus faible d'environ 30 dB en moyenne dans la somme que dans les déplacements individuels. La sous-section suivante répondra aux questions de la légère apparence du mouvement azimutal de la masselotte dans  $d_1 + d_2 + d_3$ .

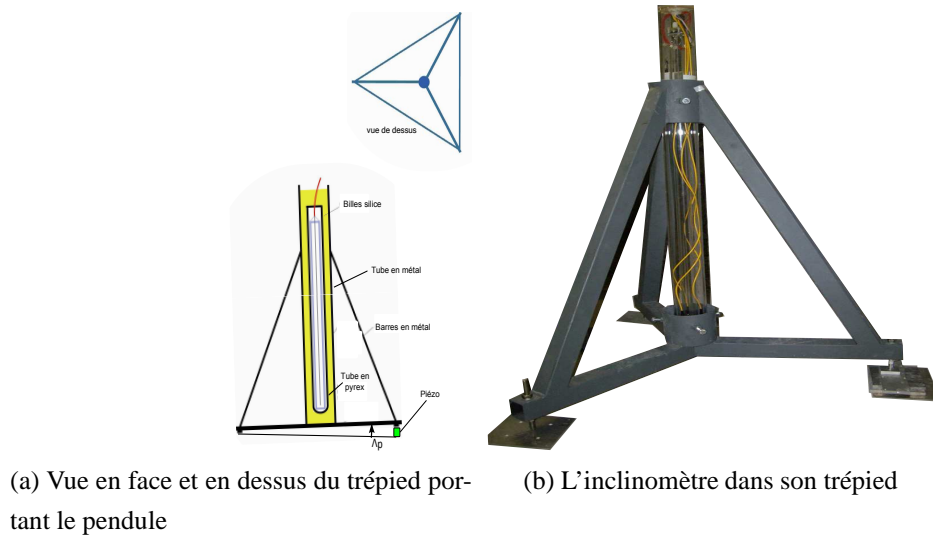


FIG. 2.18: Représentation de l'inclinomètre IF-LINES et du trépied qui le porte durant les expériences au laboratoire.

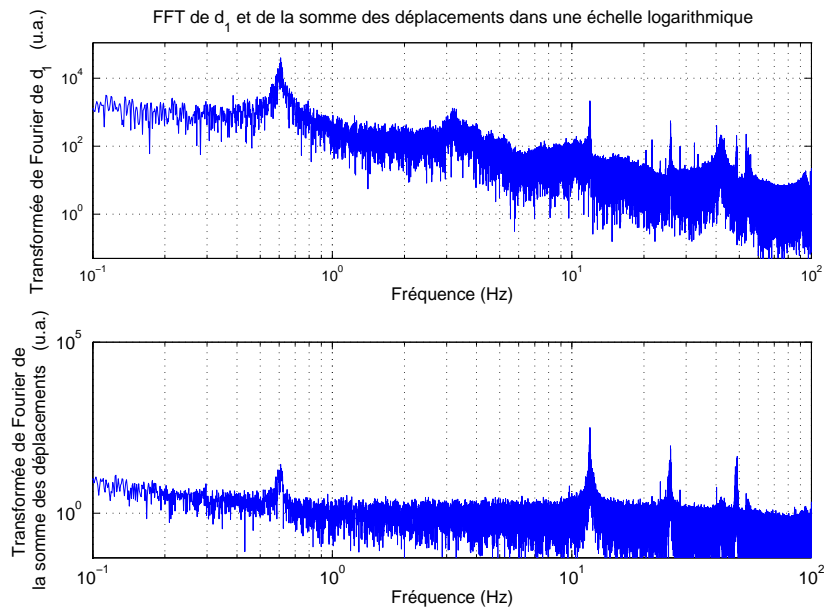


FIG. 2.19: Résultat d'une excitation en créneaux de l'instrument. Les transformées de Fourier rapides de  $d_2$  et  $d_3$  ne sont pas représentées mais sont similaires à celle de  $d_1$ . Quatre raies de fréquence sont toujours présentes dans la fft de la somme, d'autres, probablement liées à des mouvements causés par le milieu, sont fortement absentes.



### 2.3.1 Asymétrie des voies optiques

Vu les grandeurs minimales d'inclinaison que nous cherchons à mesurer, les petits détails de construction peuvent influencer sur la mesure. Un soin important a été porté à la fabrication de l'instrument, notamment lors de la fixation des trois miroirs sur la masselotte et la mise en œuvre de la couronne qui supporte les collimateurs. En première approche, il paraît logique de s'assurer que les faisceaux lumineux issus des collimateurs sont bien orthogonaux aux miroirs qu'ils visent. Cependant, cet objectif s'est avéré impossible à tenir de façon exacte. Deux articles [Addy et al., 1996, Seo et al., 1989] portant sur ce sujet énoncent que l'alignement des composants dans les systèmes de capteurs basés sur la rétroinjection optique externe est un facteur critique en raison de la petite taille d'ouverture du laser dans lequel la lumière renvoyée doit interférer. Ces documents présentent des résultats expérimentaux et une explication théorique qui montrent que la fréquence des franges d'un système de capteur interférométrique peut être doublée en raison d'un désalignement du réflecteur externe (voir figure 2.20). Ainsi, pour des raisons de facilité de l'alignement, de stabilité et

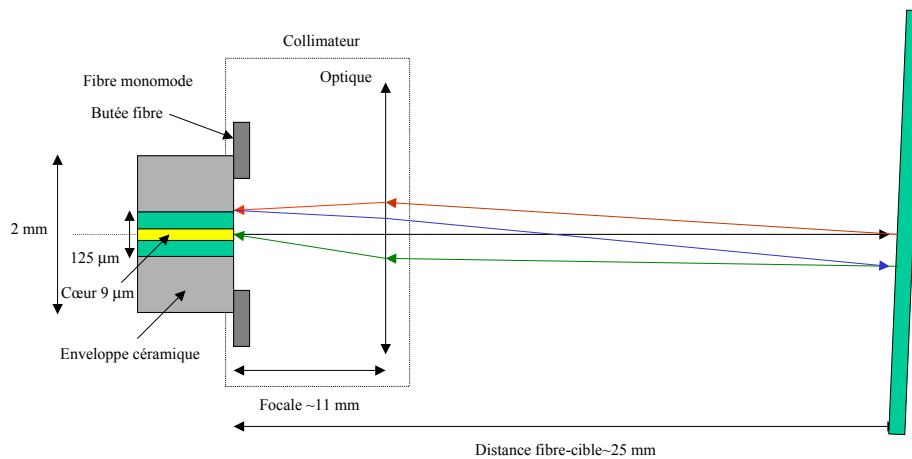


FIG. 2.20: Pour une illustration plus représentative, le faisceau de laser est limité à un des rayons réfléchis ayant réussi à pénétrer dans le cœur de la fibre (en jaune). Après une première réflexion sur le miroir incliné, le rayon (rouge) converge via le collimateur et se réfléchit sur l'enveloppe céramique. Ce n'est qu'à la deuxième réflexion que le rayon (vert) est réintégré dans le circuit optique.

de performance du système, il est avantageux de maintenir le réflecteur extérieur incliné par rapport au collimateur d'un angle de l'ordre de 1 mrad. Le phénomène de double-réflexion est désormais pris en compte dans nos analyses.

Outre l'inclinaison des miroirs, une autre situation peut causer la non-annulation complète du mouvement de la masselotte dans le mode commun ( $d_1 + d_2 + d_3 \neq \text{constante}$ ). On peut imaginer une orientation des collimateurs qui ne soit pas parfaitement symétrique. Deux scénarios sont possibles : 1) les trois champs de vision des faisceaux laser ne sont pas sécants, 2) les faisceaux se

rencontrent mais une légère erreur peut s'ajouter sur les  $120^\circ$  prévus. Afin de déterminer la précision de la mesure du mouvement de la masse et essayer de l'améliorer, le cas 1) nécessite la connaissance de 6 paramètres dont 3 angles et 3 normes de vecteurs de translation. D'un autre côté, notre capteur EFPI ne mesure pas les positions des miroirs mais les vecteurs de déplacement, et comme un vecteur par sa nature est libre de se translater, le premier cas rejoint le second cas. De plus, pour réduire le nombre des erreurs d'orientation à deux angles d'asymétrie  $\delta_2$  et  $\delta_3$  comme le montre la figure 2.21, il suffit d'orienter les axes du repère horizontal de sorte que  $\vec{u}_y$  ait la même direction que  $\vec{d}_1$ . Ainsi, en négligeant la torsion de la tige et donc la rotation de la masselotte autour de son

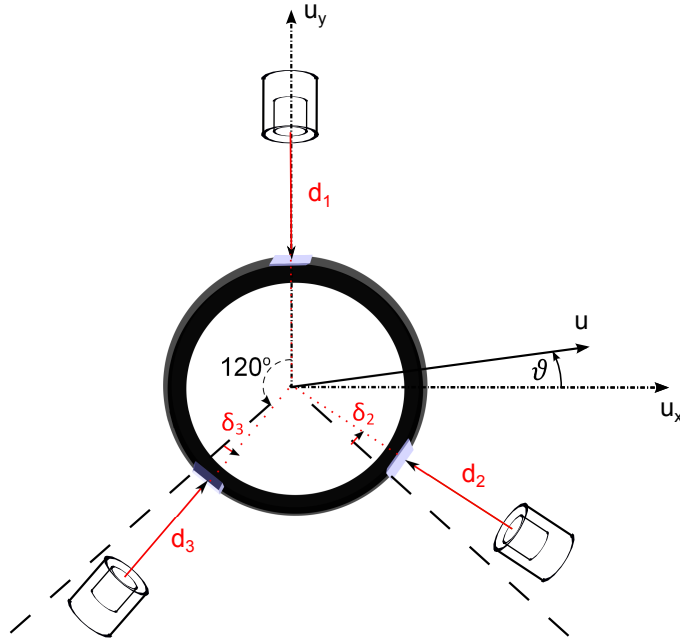


FIG. 2.21: L'asymétrie dans l'orientation des axes optiques se ramène à deux valeurs  $\delta_2$  et  $\delta_3$  sur les angles de  $120^\circ$

centre d'inertie dans la bande de fréquence  $\leq 12$  Hz, le déplacement transversal  $u(t)$  de cette masse forme un angle  $\vartheta(t)$  avec l'axe  $\vec{u}_x$  et les équations des déplacements mesurés s'écrivent :

$$\begin{aligned}\vec{d}_1 &= -\vec{u}_y \\ \vec{d}_2 &= -\vec{u}_x \cos\left(\frac{\pi}{6} - \delta_2\right) + \vec{u}_y \sin\left(\frac{\pi}{6} - \delta_2\right) \\ \vec{d}_3 &= +\vec{u}_x \cos\left(\frac{\pi}{6} + \delta_3\right) + \vec{u}_y \sin\left(\frac{\pi}{6} + \delta_3\right).\end{aligned}\tag{2.41}$$

Par suite, le mode commun est une fonction de l'orientation  $\vartheta(t)$  :

$$\begin{aligned}\bar{d}(t) &= \frac{d_1(t) + d_2(t) + d_3(t)}{3} \\ &= \frac{1}{3} \left[ -u(t) \sin \vartheta(t) + 2u(t) \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\delta_3 - \delta_2}{2}\right) \sin\left(\vartheta(t) - \frac{\delta_2 + \delta_3}{2}\right) \right].\end{aligned}\tag{2.42}$$

Pour des angles  $\delta_2$  et  $\delta_3$  suffisamment petits (de quelques degrés maximum, ce qui est largement le cas), un développement limité du premier ordre des équations (2.41) donne :

$$\begin{aligned}\vec{d}_1 &= -\vec{u}_y \\ \vec{d}_2 &= \left(-\frac{1}{2}\delta_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\vec{u}_x + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\delta_2 + \frac{1}{2}\right)\vec{u}_y \\ \vec{d}_3 &= \left(-\frac{1}{2}\delta_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\vec{u}_x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\delta_3 + \frac{1}{2}\right)\vec{u}_y,\end{aligned}\tag{2.43}$$

Trois paramètres parmi les sept qui figurent dans (2.43) sont mesurés. Il s'agit de  $\vec{d}_1(t)$ ,  $\vec{d}_2(t)$  et  $\vec{d}_3(t)$ . Une méthode expérimentale a été utilisée pour analyser l'asymétrie du système mécano-optique. Elle repose sur la connaissance en avance de la nature du mouvement  $u(t)$  et de ses deux composantes. Ceci peut se faire en excitant encore une fois un pied du support figure 2.18, mais cette fois-ci avec un signal sinusoïdal de pulsation  $\omega_{\mathfrak{P}}$ . La résultante est donc une oscillation  $\vec{u}(t)$  de norme  $\mathfrak{U}$  et dans la direction  $\vec{u}_{\vartheta}$  dirigée par l'angle  $\vartheta$  :

$$\vec{u}(t) \Big|_{sin} = \mathfrak{U} \cdot \sin(\omega_{\mathfrak{P}}t + \phi_{\mathfrak{P}}) \cdot \vec{u}_{\vartheta}.\tag{2.44}$$

En fixant  $\vartheta$ , et en remplaçant  $u(t)$  dans (2.42) par sa dernière équation (2.44) écrite pour les oscillations sinusoïdales forcées, on peut écrire :

$$\vec{d}(t) \Big|_{sin} = \frac{\mathfrak{U}}{3} \left[ -\frac{1}{2}(\delta_2 + \delta_3) \cos(\vartheta) - \frac{\sqrt{3}}{2}(\delta_2 - \delta_3) \sin(\vartheta) \right] \sin(\omega_{\mathfrak{P}}t + \phi_{\mathfrak{P}}).\tag{2.45}$$

La figure 2.22 expose le résultat d'une expérience où  $\vartheta = 70^\circ$ , une composante périodique à 100 s et provenant du mouvement oscillatoire du pendule est bien visible sur le mode commun. Cependant, la calibration de l'instrument doit prendre en considération toutes les directions d'oscillations. Il suffit de tourner le tube en pyrex qui apparaît dans la figure 2.18 après chaque expérience, en gardant la platine piézo-électrique d'excitation sous le même pied et avec la même amplitude d'excitation. Ceci est équivalent à incrémenter  $\vartheta$ , et  $\vec{d}$  devient une fonction du temps et de  $\vartheta$  :

$$\begin{aligned}\vec{d}(\vartheta, t) \Big|_{sin} &= \frac{\mathfrak{U}}{3} \left[ -\frac{1}{2}(\delta_2 + \delta_3) \cos(\vartheta) - \frac{\sqrt{3}}{2}(\delta_2 - \delta_3) \sin(\vartheta) \right] \sin(\omega_{\mathfrak{P}}t + \phi_{\mathfrak{P}}) \\ &= [\mathfrak{A}_1 \cos(\vartheta) + \mathfrak{B}_1 \sin(\vartheta)] \sin(\omega_{\mathfrak{P}}t + \phi_{\mathfrak{P}}) \\ &= \mathfrak{G} \cos(\vartheta + \varphi_{\delta}) \sin(\omega_{\mathfrak{P}}t + \phi_{\mathfrak{P}}).\end{aligned}\tag{2.46}$$

avec

$$\begin{aligned}\mathfrak{A}_1 &= \mathfrak{G} \cos(\varphi_{\delta}), \text{ et} \\ \mathfrak{B}_1 &= -\mathfrak{G} \sin(\varphi_{\delta}).\end{aligned}\tag{2.47}$$

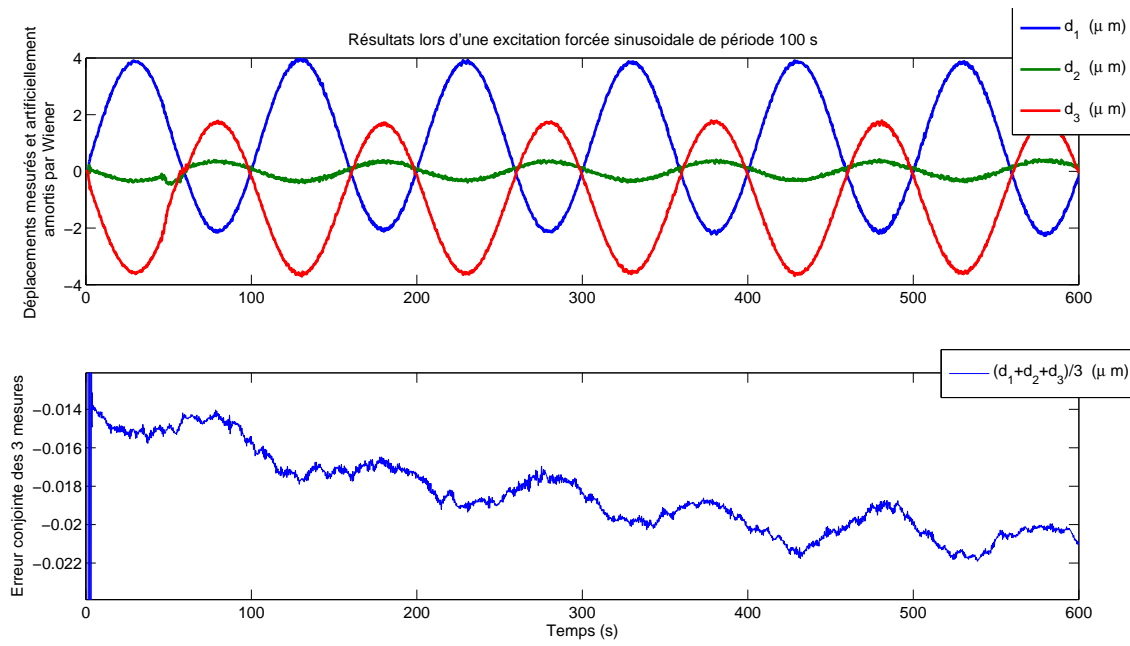


FIG. 2.22: Résultat de l'excitation sinusoïdale du trépied. Les déplacements représentés ci-dessus sont déjà filtrés par un filtre de Wiener dont le résultat est affiché en figure 2.12. L'oscillation fait un angle de  $80^\circ$  avec l'axe de  $d_2$ , d'où sa basse amplitude sur cette voie relativement à  $d_1$  et  $d_3$ . Un résiduel du mouvement du pendule à 100s tient toujours sur  $\bar{d}$ , en plus d'une dérive très basse fréquence.

Ainsi dans le but de déterminer  $\delta_2$  et  $\delta_3$ , on cherche à calculer  $\mathfrak{G}$  et  $\varphi_\delta$ . Soit  $Asym(\vartheta)$  l'amplitude de la composante sinusoïdale du temps dans le mode commun :

$$Asym(\vartheta) = \max_t |\bar{d}(\vartheta, t)| = |\mathfrak{G} \cos(\vartheta + \varphi_\delta)|. \quad (2.48)$$

Cette fonction caractérise l'asymétrie pour une orientation  $\vartheta$ , et ne dépend plus du temps. La figure 2.23 illustre  $Asym(\vartheta)$  pour l'ensemble des mesures obtenues en faisant tourner le tube en pyrex, et donc  $\vartheta$ , de  $10^\circ$ . Nous relevons  $Asym(\vartheta)$  au carré pour se débarrasser de la valeur absolue :

$$Asym^2(\vartheta) = (\mathfrak{G} \cos(\vartheta + \varphi_\delta))^2. \quad (2.49)$$

Pour extraire  $\mathfrak{G}$  et  $\varphi_\delta$ , il suffit de lisser au sens des moindres carrés  $Asym^2(\vartheta)$  comme le montre la figure 2.24. Les angles d'asymétrie  $\delta_2$  et  $\delta_3$  enfin déduits sont respectivement  $-0.0449^\circ$  et  $0.0039^\circ$ . La figure 2.25 représente les mêmes données que la figure 2.22 après correction de l'asymétrie. Le mode commun estimé à l'aide des angles d'asymétrie reflète directement le mouvement de la masselotte (voir la FFT de cette valeur dans la figure 2.26), et visiblement, le résiduel du mode commun (i.e. la différence entre la valeur mesurée et la valeur estimée) représenté dans la figure 2.22(c) ne contient aucune information sur le mouvement de la masselotte; par contre sa dérive est liée à d'autres phénomènes, probablement thermiques.

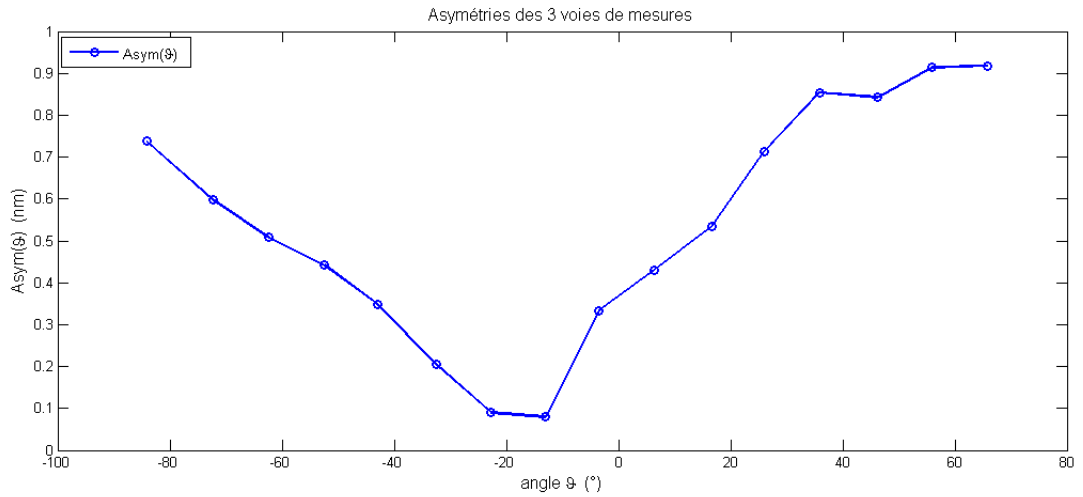


FIG. 2.23:  $Asym(\vartheta) = |\Im \cos(\vartheta + \phi_\delta)|$ . Chaque valeur de  $Asym(\vartheta)$  est calculée d'après une expérience à un angle  $\vartheta$  décalé de  $10^\circ$  de celui de la précédente.

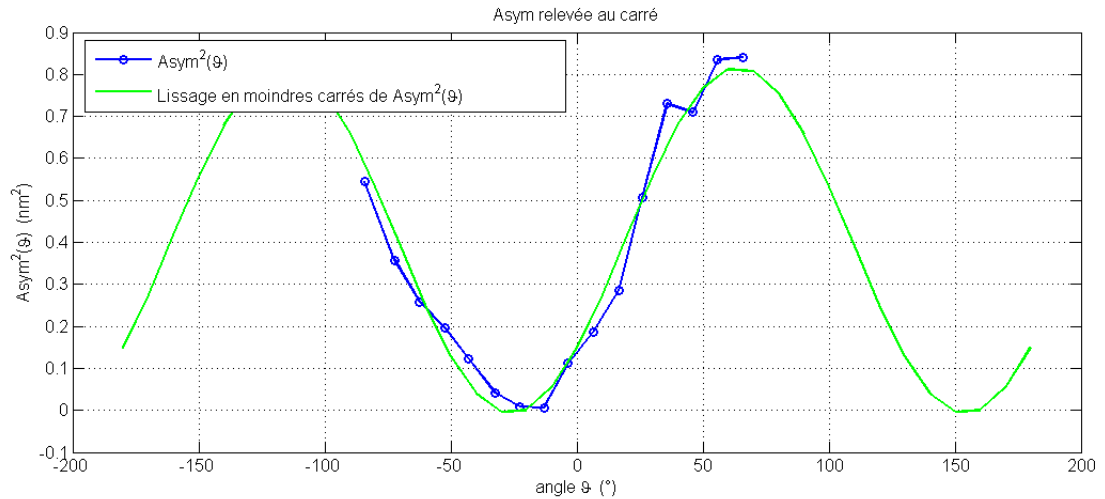


FIG. 2.24: En bleu :  $Asym^2(\vartheta) = (\Im \cos(\vartheta + \phi_\delta))^2$  calculée expérimentalement. En vert : Lissage au sens des moindres carrés de  $Asym^2(\vartheta)$ .

Pour vérifier le bon raisonnement et l'exactitude des valeurs calculées, les corrections ont été appliquées à d'autres résultats expérimentaux, notamment sur des mouvements de quelques micromètres en régime forcé avec une excitation en créneaux. Les angles  $\delta_2 = -0.0449^\circ = -7.8 \cdot 10^{-4}$  rad et  $\delta_3 = 0.0039^\circ = 0.7 \cdot 10^{-4}$  rad estimés précédemment ont été utilisés pour compenser l'asymétrie des voies lors du passage des ondes provenant des grands téléseismes ou des séismes régionaux de magnitudes moyennes. Un exemple est le séisme de Gênes-Italie du 05/03/2012 de magnitude  $M = 4.7$  qui a provoqué une amplitude d'oscillation du pendule de  $28 \mu\text{m}$  crête-à-crête (càc). L'effet de ces oscillations sur le mode commun (voir la figure 2.27) est d'environ 20 nm càc, soit  $-30$  dB

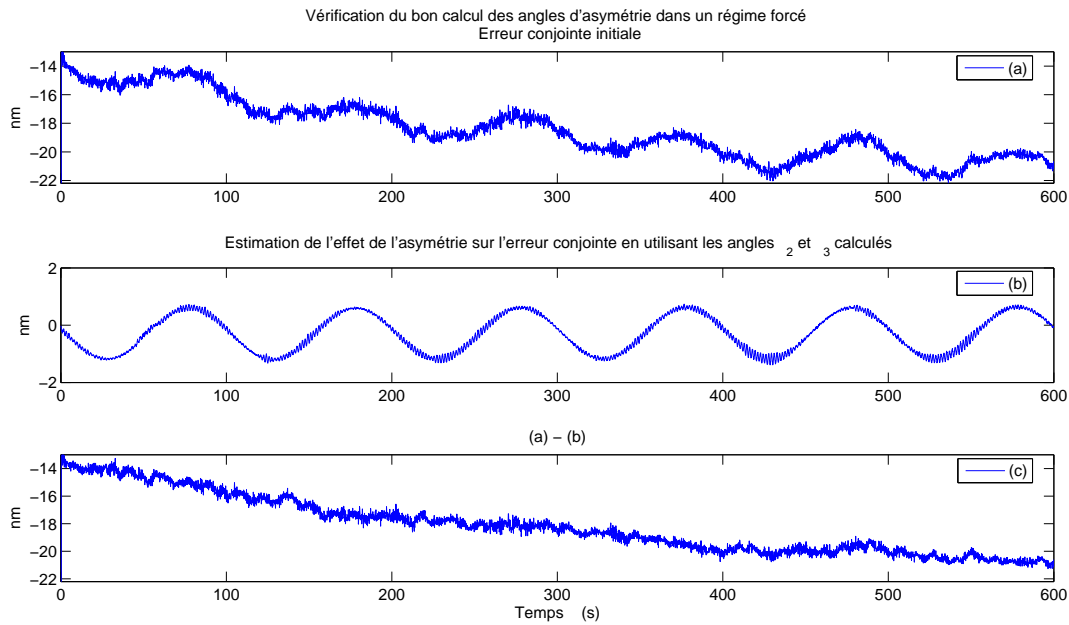


FIG. 2.25: (a) : Mode commun lors d'une expérience en excitation forcée sinusoïdale du pendule, déjà représentée dans la figure 2.22. (b) : Mode commun causé par l'asymétrie des voies optiques, calculée grâce aux deux angles  $\delta_2 = -0.0449^\circ$  et  $\delta_3 = 0.0039^\circ$  estimés. (c)=(a)-(b) : Mode commun sans asymétrie, la composante basse fréquence rémanente est de nature différente que les défauts d'orientation des axes optiques.

par rapport à l'amplitude des oscillations, et la compensation de l'asymétrie est bien réussie. En revanche, le 20/05/2012 a eu lieu le fameux séisme de  $M = 6$  à Felonica-Italie. L'épicentre du séisme était éloigné de 480 km du lieu de mesure (Rustrel-France). Ce séisme a provoqué des vibrations du pendule de  $565 \mu\text{m}$  càc en créant une erreur dans le mode commun de 400 nm càc (toujours à  $-30\text{ dB}$  des amplitudes des oscillations). Comme le montre la figure 2.28, la compensation de l'asymétrie n'a pas totalement éliminé le mode commun mais l'a réduit d'un facteur 5, d'où la possibilité d'optimiser l'estimation des angles d'asymétrie. La procédure la plus facile pour mieux caractériser l'asymétrie est de trouver le couple d'angles  $(\delta_2, \delta_3)$  qui minimise l'écart-type du résiduel dans le mode commun. Le résultat de cette procédure d'optimisation est présenté sur la figure 2.29, qui montre que le couple  $(\delta_2 = -0.0378^\circ = -6.6 \cdot 10^{-4} \text{ rad}, \delta_3 = 0.02^\circ = 3.5 \cdot 10^{-4} \text{ rad})$  est le nouveau couple optimal d'angles d'asymétrie. D'après cette dernière figure, on peut discerner une résolution inférieure à  $10^{-4} \text{ rad}$  dans la mesure de ces angles. Les nouvelles valeurs ont été vérifiées sur tous les résultats expérimentaux et les séismes déjà mentionnés et surtout sur le séisme de Felonica comme le montre la figure 2.30.

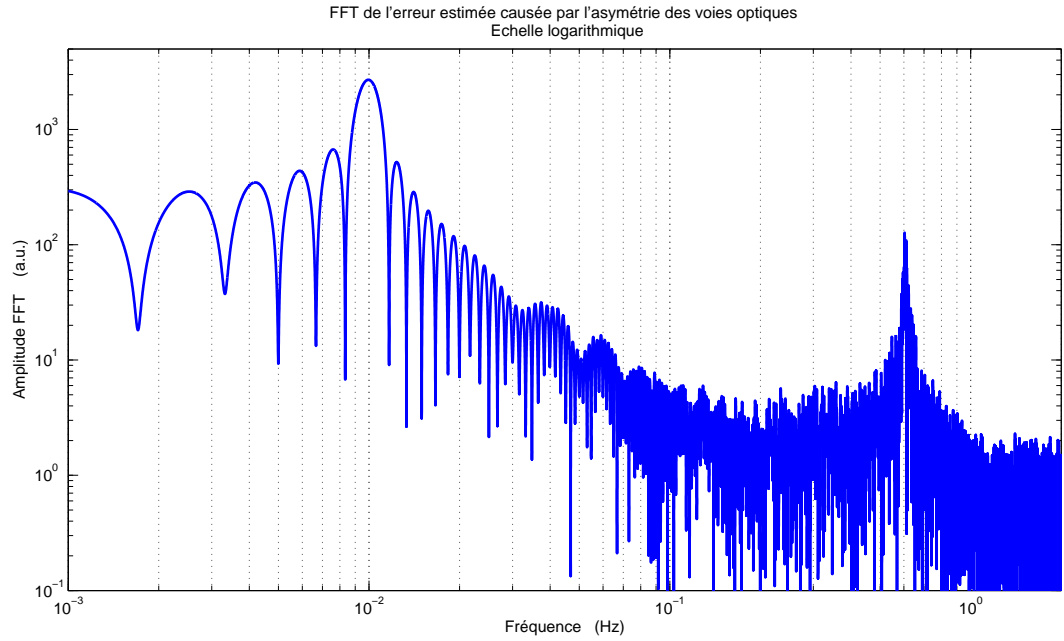


FIG. 2.26: Module de la transformée de Fourier rapide du mode estimé, causé par l'asymétrie seule. Les pics de fréquence à 0.6 Hz (résonance du pendule) et 0.01 Hz (fréquence du mouvement du piézo) démontrent que le mode commun estimé correspond uniquement aux mouvements de la masselotte.

### 2.3.2 Calibration mécanique du pendule

L'expérience de l'excitation du trépied par l'élément piézo-électrique mentionnée dans la section précédente, nous aide aussi à calibrer le pendule mécaniquement. La platine piézo-électrique d'excitation est montée sous un des pieds du support à une distance latérale d'environ 0.72 m de la masse oscillante. Elle excite verticalement et sinusoïdalement le trépied avec une amplitude crête-à-crête (càc) de  $13.5 \mu\text{m}$ . Cela crée normalement une inclinaison du pendule de  $18.75 \mu\text{rad}$  de sa position initiale. Le déplacement de la masse pendant l'oscillation, supposé dans le plan horizontal, est mesuré par les trois capteurs EFFPI. Le tube en pyrex est tourné d'un angle  $10^\circ$  après chaque expérience. La figure 2.31 montre le résultat du déplacement de la masse pour chacun des angles d'oscillation. Les déplacements mesurés sont filtrés par le filtre de Wiener, et la composante sinusoïdale du mouvement est déterminée au sens des moindres carrés pour supprimer le bruit. Nous constatons d'après la figure 2.31 une isotropie complète des oscillations. Le pendule subit un déplacement de  $13.1 \mu\text{m}$  càc suite à l'inclinaison de  $18.75 \mu\text{rad}$  estimée. On peut tirer de ce fait que la longueur équivalente du pendule simple, calculée expérimentalement, est 0.7 m tandis que sa longueur véritable est 0.86 m.

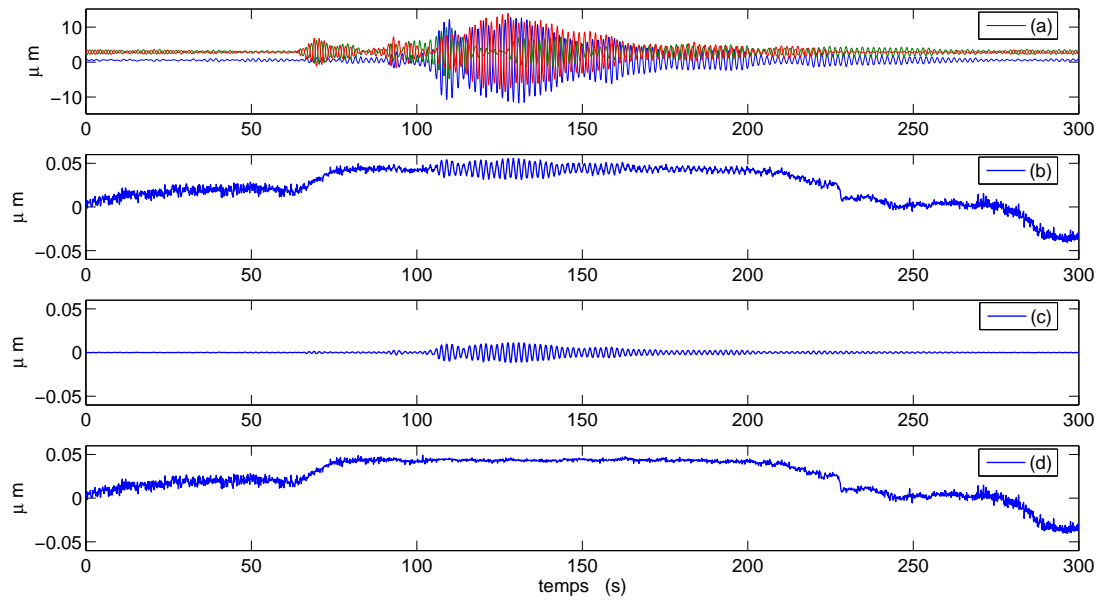


FIG. 2.27: Séisme de Gênes-Italie, 05/03/2012,  $M = 4.7$ . (a) : Déplacements  $d_1(t)$ ,  $d_2(t)$  et  $d_3(t)$  mesurés lors du passage des ondes sismiques; les composantes cartésiennes déduites décrivent des oscillations de  $28\mu\text{m}$  càc. Les composantes continues sont causées par le changement de température appliqué sur les 3 voies dans la durée qui précède celle affichée. (b) : Moyenne des déplacements dans (a) ou mode commun initial; nous remarquons des oscillations de l'ordre de  $20\text{nm}$  càc provenant de l'asymétrie des axes optiques tandis que l'offset positif à l'arrivée des ondes P et celui négatif après 3 min sont de nature inconnue probablement dus à un réchauffement du sol ou à un changement de pression lors du passage des ondes. (c) : Mode commun estimé en considérant des angles d'asymétrie  $\delta_2 = -0.0449^\circ$  et  $\delta_3 = 0.0039^\circ$ . (d) : Résiduel dans le mode commun après extraction des effets de l'asymétrie des axes optiques.

### 2.3.3 Étude thermique de l'instrument

Une étude thermique approfondie du zero-strain a été effectuée à la section 1.3.3. Une tentative équivalente pour chiffrer le comportement de l'IF-LINES vis-à-vis du changement de sa température était aussi souhaitée. Ainsi, une expérience dans un environnement quasi-stable est conduite : la partie inférieure, environ 30cm de l'ensemble 'pendule - tube en pyrex' est immergée dans un réservoir contenant de l'eau chaude à  $40^\circ\text{C}$ , et se refroidit naturellement pendant environ 14hr. La variation de la température ambiante qui agit sur la DL est considérée relativement négligeable devant celle de l'ensemble mécanique. La température de l'eau est mesurée toutes les 5 min et suit une décroissance linéaire tandis que les déplacements résultants ne présentent pas un comportement isotrope (les déplacements ne sont pas de même sens et de même amplitude) et sont entrecoupés d'une dizaine de discontinuités (voir la figure 2.32). Par contre, la moyenne de ces derniers, ou ce



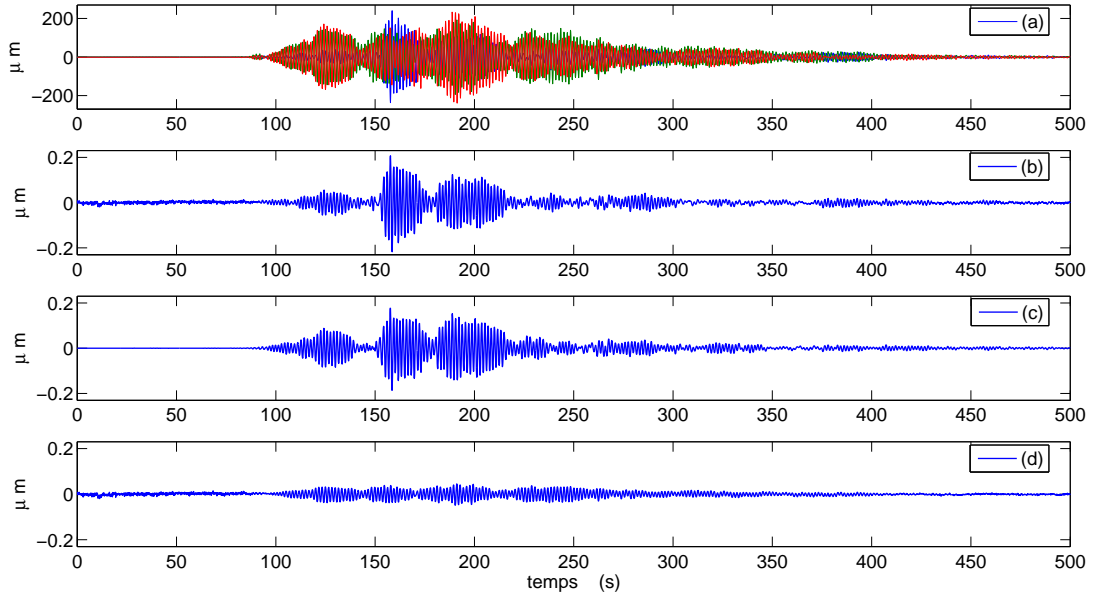


FIG. 2.28: Séisme de Felonica-Italie, 20/05/2012,  $M = 6$ . (a) : Les déplacements  $d_1(t)$ ,  $d_2(t)$  et  $d_3(t)$  dérivent d'une oscillation d'amplitude très élevée de  $500\mu\text{m}$ . La moyenne (b) est importante et de l'ordre de  $400\text{nm}$  càc. La compensation de l'asymétrie par un mode commun (c) estimé à l'aide des angles  $\delta_2 = -0.0449^\circ$  et  $\delta_3 = 0.0039^\circ$  maintient toujours un résiduel (d) remarquable.

que nous avons appelé le mode commun, est cohérente avec la température et équilibre les sauts dans les déplacements ce qui mène à soupçonner des causes mécaniques. Une démonstration logique de ces observations est que la masselotte a subi, en plus de la dilatation thermique attendue et observée sur le mode commun, un mouvement de translation en s'éloignant du 3ème collimateur, et a buté contre la paroi de la couronne en face ce qui explique les sauts mécaniques. En outre, un événement curieux est observé. La masselotte est en bronze de coefficient de dilatation  $17.5 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1} > 0$ . Lors du refroidissement de  $23^\circ\text{C}$ , cette dernière subit une compression de son rayon initialement de  $1.5\text{cm}$  d'une valeur  $17.5 \cdot 10^{-6} \times 1.5 \cdot 10^{-2} \times 23 \approx 6\mu\text{m}$ , et on s'attend à une augmentation de  $6\mu\text{m}$  sur le mode commun. Or le mode commun observé est de sens opposé à celui attendu et a une valeur  $1.6\mu\text{m}$ . Ce phénomène peut être expliqué en considérant tout l'ensemble représenté sur la figure 2.33 qui se déforme. La couronne est collée sur le tube en pyrex par sa face interne. Cependant, durant la phase de refroidissement, le rayon et la hauteur de la couronne en bronze se contractent (le rayon de la couronne rétrécit plus que celui de la masselotte au centre du fait qu'il est plus grand et de même nature) et les contraintes exercées par le tube varient. De plus, les collimateurs sont en inox de coefficient de dilatation thermique  $17 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$ , leurs déformations horizontales ne sont pas importantes mais les verticales sont beaucoup plus grandes. Cet ensemble de dilatations finit par rapprocher la masselotte des collimateurs mais une modélisation quantitative

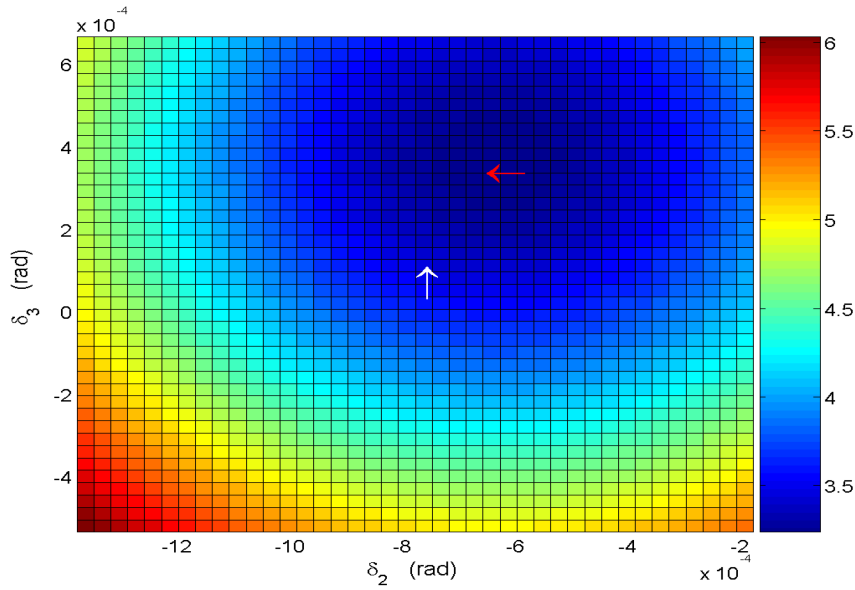


FIG. 2.29: *Ecart-type (en nm) du résiduel dans le mode commun après soustraire du mode commun initial le mode estimé par une asymétrie ( $\delta_2, \delta_3$ ). Le couple d'angles optimal ( $\delta_2 = -6.6 \cdot 10^{-4}$  rad,  $\delta_3 = 3.5 \cdot 10^{-4}$  rad) est marqué par la flèche rouge, tandis que le couple ( $\delta_2 = -7.8 \cdot 10^{-4}$  rad,  $\delta_3 = 0.7 \cdot 10^{-4}$  rad) est marqué par la flèche blanche. )*

est difficile. Toutefois, le fonctionnement interne d'un tel système étant fortement complexe, le concept de « modèle boîte noire » devient utile. Dans l'hypothèse où l'ensemble de l'instrument reste toujours dans un environnement quasi-statique, la loi qui régit le comportement du mode commun vis-à-vis de la variation de température autour du tube en pyrex est dans sa partie linéaire :

$$\bar{d} = 0.0606 * \Delta T + \bar{d}_0, \quad (2.50)$$

avec  $\bar{d}$  étant le mode commun en ( $\mu m$ ),  $\bar{d}_0$  sa valeur initiale au début de la partie linéaire et  $\Delta T$  la variation de la température en  $^{\circ}C$ .

Le problème de cette expérience est toujours la localisation et la précision de la mesure de la température. Dans l'expérience précédente, la température mesurée était celle de l'eau dans laquelle l'ensemble de l'inclinomètre baigne, ce qui ne sera pas le cas dans le forage. Une solution pour une calibration thermique rigoureuse, qui pourrait ouvrir des éventuelles voies d'investigation et d'amélioration, est la mesure de la température tout au long du circuit optique jusqu'à la partie mécanique par des fibres optiques contenant des réseaux de Bragg [Hirayama and Sano, 2000].

## 2.4 Conclusion

L'IF-LINES est un inclinomètre de forage récemment construit et adapté à la mesure de déformation par EFFPI. Son architecture est aussi proche que possible d'un pendule simple sphérique.

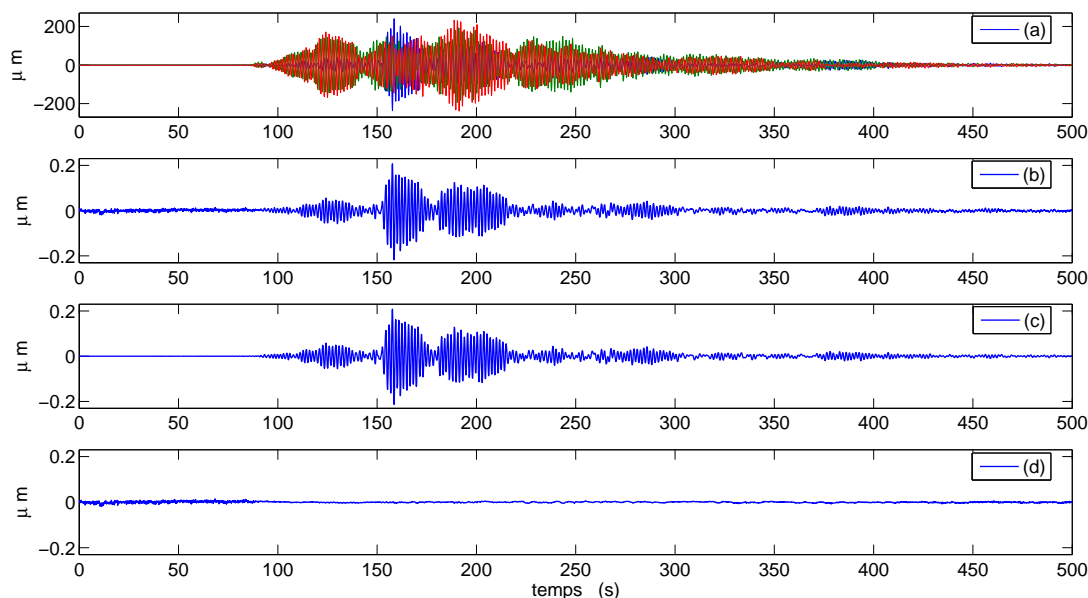


FIG. 2.30: Séisme de Felonica-Italie, 20/05/2012,  $M = 6$ . Résultat de la compensation de l'asymétrie par le couple optimal ( $\delta_2 = -0.0378^\circ$ ,  $\delta_3 = 0.02^\circ$ ) déterminé par l'écart type minimal de la différence (d) entre le mode commun initial (b) et le mode commun estimé (c).

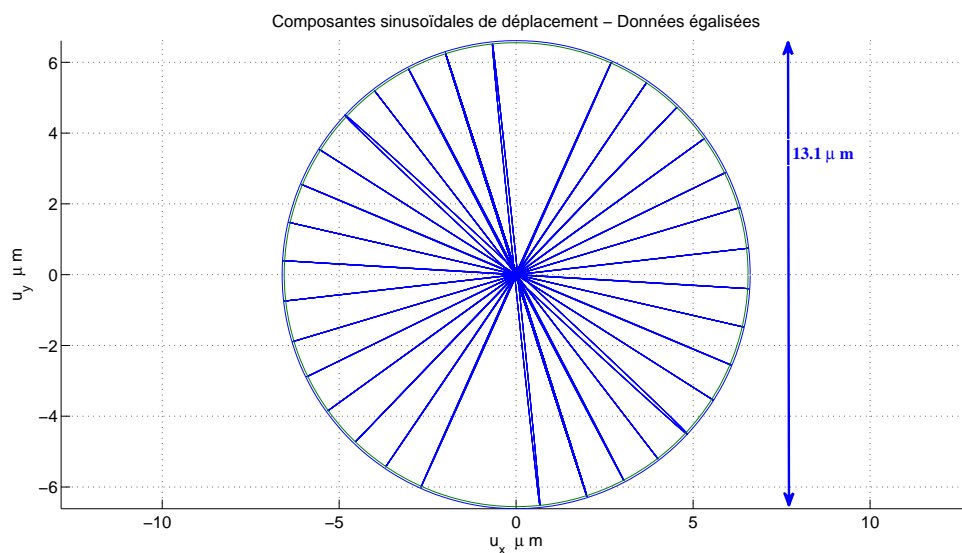


FIG. 2.31: Composante sinusoïdale de l'oscillation du pendule dans différents angles pendant l'excitation forcée du trépied avec une platine piézo-électrique.

L'équation du mouvement établie dans ce chapitre montre que ce système délivre en sortie une information proportionnelle à 1) l'accélération du bâti filtrée par un filtre du second ordre passe-bas et

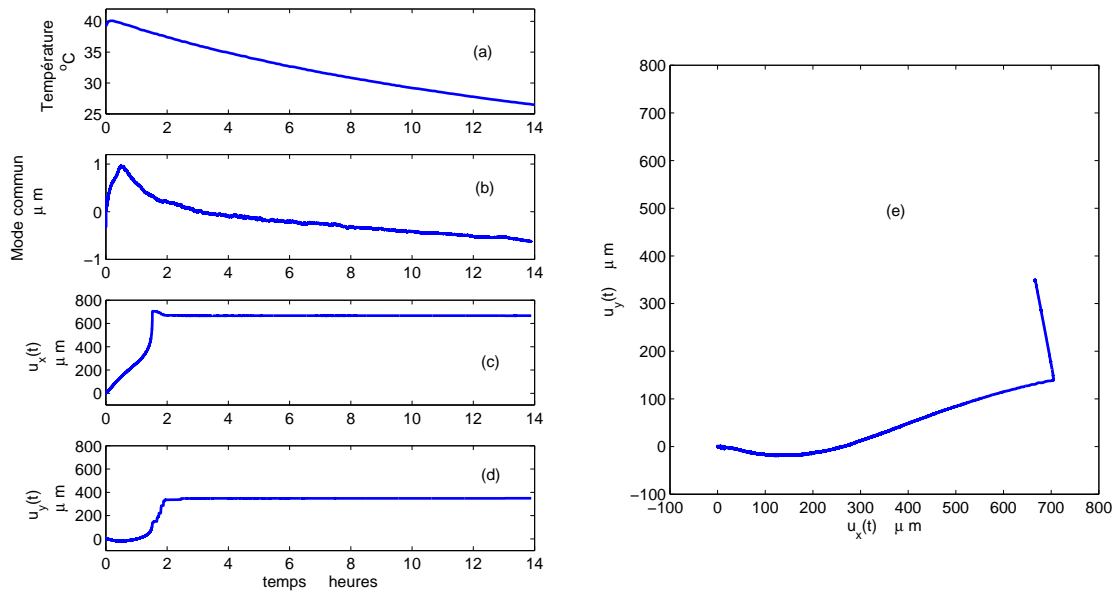


FIG. 2.32: Suivi des mesures des déplacements durant le refroidissement de l'eau dans laquelle baigne la base de l'IF-LINES. (a) : Température de l'eau mesurée toute les 5 minutes. (b) : Mode commun des mesures des déplacements, moins linéaire que la température et retardé de 20 min par rapport à celle-ci. (c) et (d) : Déplacements de la masselotte dans l'axe  $u_x$  et  $u_y$ . Les valeurs des déplacements sont de plusieurs dixièmes de mm ce qui soutient l'argument que la masse a touché les parois de la couronne vu que cette dernière a un rayon interne supérieur de 1 mm à celui de la masselotte au centre. (e) : Mouvement de la masselotte dans l'axe  $(u_x, u_y)$  pendant la phase de refroidissement. Nous identifions sur ce graphe le point où la masse a touché la couronne.

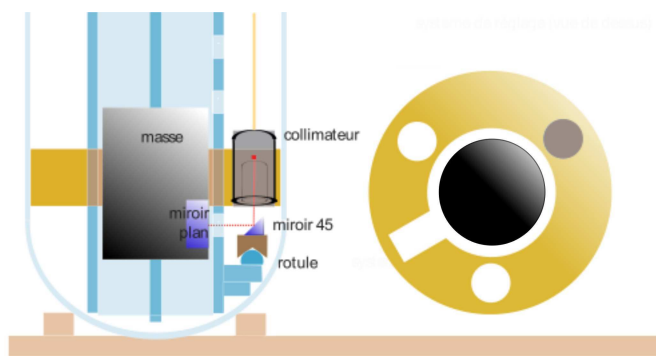


FIG. 2.33: À gauche : vue en face de la partie inférieure de l'IF-LINES, le faisceau laser subit une déviation de  $90^\circ$  avant d'atteindre le miroir cible, la couronne (en dorée) est collée au tube extérieur et maintient les 3 collimateurs. À droite : vue de haut de la couronne et de la masse au centre, une marge de translation de 1 mm de chaque côté est autorisée à la masselotte.

à forte surtension, 2) l'inclinaison du bâti filtré par un filtre d'ordre 2 passe-bas présentant lui aussi une forte surtension. L'amplification causée par la résonance peut être virtuellement amortie par un filtre sélectif de Wiener qui joue alors le rôle d'égaliseur. En plus du mode principal d'oscillation, nous avons remarqué sur le spectre de fréquence des déplacements une résonance à la fréquence de 11.8Hz, qui correspond au premier mode de vibration de corde tendue que constitue la tige de pyrex.

La mesure du mouvement du pendule est effectuée par trois capteurs Fabry-Pérot extrinsèques. Alors que deux mesures sont suffisantes pour le suivi du mouvement horizontal du pendule, l'ajout d'un troisième capteur a pour avantage de créer une grandeur supplémentaire correspondant à la somme des trois déplacements. Cette grandeur contient les distorsions communes aux trois axes.

# Chapitre 3

## Résultats in-situ de l'inclinomètre de forage

Les chapitres 1 et 2 ont traité de la construction d'un inclinomètre de forage basé sur une mesure par interférométrie laser à l'extrémité de fibres optique longues. Le présent chapitre rend compte des tests in-situ de cet inclinomètre de forage et le compare à d'autres inclinomètres présents dans un laboratoire souterrain dans le sud de la France. La technique de couplage des instruments de forage à la roche est également examinée et décrite dans ce chapitre.

### 3.1 Installation dans le site souterrain

#### 3.1.1 Intérêt d'une installation souterraine

Le choix du lieu d'observation est un facteur essentiel dans l'utilisation d'un inclinomètre. Ce facteur influence largement la qualité des données obtenues. Ceci est particulièrement important car les effets perturbateurs liés au choix de l'emplacement ne peuvent généralement pas être évalués précisément à priori, et ne peuvent pas être facilement éliminés. Le choix du site doit être effectué en fonction du phénomène à observer. Par exemple, un facteur important à considérer pour observer les marées océaniques est la proximité de la mer et l'ampleur de ses effets sur la déformation et le champ de gravité. En dehors des marées, les inclinomètres sont aussi utilisés pour mesurer la déformation associée aux surpressions de gaz dans les réservoirs géologiques [Sleeman et al., 2000]. Sur les volcans, ils enregistrent des milliers d'évènements cycliques d'inclinaison avant et après les éruptions [Anderson et al., 2010]. Ils sont aussi utilisés pour le suivi temporel des aquifères [Rerolle et al., 2006, Jacob et al., 2010, Longuevergne et al., 2008]. L'une des exigences les plus importantes pour observer les déformations de la terre interne est l'isolation du site d'observation des changements de la température de l'air et de la roche, et de la pénétration des déformations thermiques causées par le chauffage non-uniforme de la surface de la terre. Une solution efficace est de tirer parti de la diminution naturelle des déformations liées à la température lorsque la profondeur sous la surface augmente [Skalsky and Picha, 1969].

Les inclinomètres et les extensomètres sont donc souvent installés profondément dans le sol. Avant le développement d'instruments de forage, cela a conduit à l'utilisation des grottes naturelles, des mines ou des tunnels, souvent creusés pour d'autres objectifs. Un problème fondamental est alors que les instruments installés dans une cavité ne peuvent pas mesurer la déformation moyenne du milieu [Harrison, 1976]. En effet, la présence d'une cavité altère le champ de déformation à cause de la modification des propriétés élastiques du milieu. C'est ce qu'on appelle généralement l'effet de cavité. Les effets de cavité n'ajoutent pas de bruit dans les données, mais ils modifient ce que l'instrument mesurerait en l'absence de cavité [Agnew, 1986]. Il est toutefois possible de construire un modèle par éléments finis de toute la cavité. Cependant, les variations de fracturation et de propriétés élastiques sont souvent mal connues, et ce modèle reste un guide approximatif. Malgré les problèmes d'interprétation du signal de déformation posés par les cavités, de tels endroits offrent d'excellentes possibilités pour les tests instrumentaux et pour certaines applications géophysiques.

Notre site de mesure se situe à proximité du village de Rustrel (Vaucluse, France) dans le Laboratoire Souterrain à Bas Bruit (LSBB). Ce site, 70 km au nord de la mer Méditerranée et 550 km à l'est de l'océan Atlantique, inclut un tunnel de très grande longueur scellé par un sas (figure 3.1). Il est recouvert par une couche de roche calcaire karstifiée de 500 m d'épaisseur ce qui occasionne

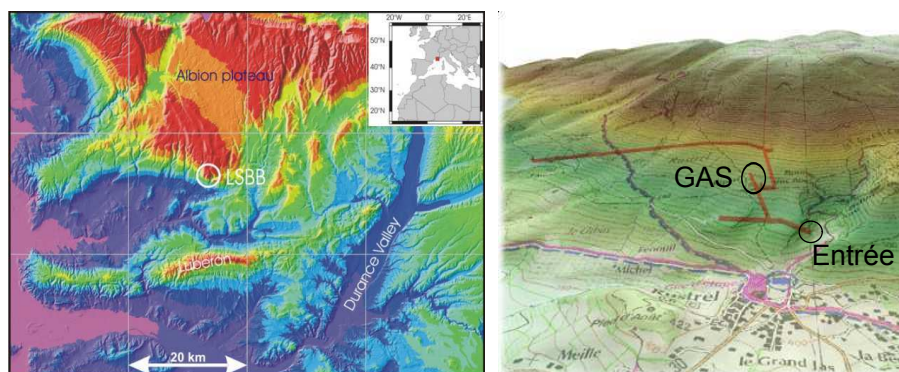


FIG. 3.1: A gauche : le lieu de LSBB sur la frontière sud de l'aquifère de la Fontaine-de-Vaucluse. A droite : la topologie du tunnel. Les instruments développés dans le projet LINES se trouvent dans la galerie anti-souffle (GAS).

de très faibles variations de température et des variations de pression atmosphérique limitées. Le spectre des excitations sismiques y est voisin du minimum théorique mondial [Gaffet et al., 2003], la stabilité sur plusieurs heures de l'accélération de la pesanteur est une des meilleures au monde, traduisant l'absence de transfert de masse dans son voisinage. Ce site devrait donc apporter des informations précieuses sur les capacités maximales de notre inclinomètre de forage. En plus de ses qualités environnementales, le LSBB présente la particularité d'abriter de nombreux instruments géophysiques (<http://lsbb.oca.eu>).

Le tunnel anti-souffle (figure 3.1, figure 3.2) accueille un inclinomètre hydrostatique longue-

base de 150m de longueur (dont l'axe est à environ 5 m du forage de l'IF-LINES) et un sismomètre mono-axial (à environ 3 m du forage de l'IF-LINES). Ces instruments sont munis d'interféromètres optiques identiques à ceux de l'IF-LINES. À environ 2m du forage dédié à l'IF-LINES, un autre inclinomètre de forage (Lily Applied Geomechanics [Geomechanics, 2011]) est installé.

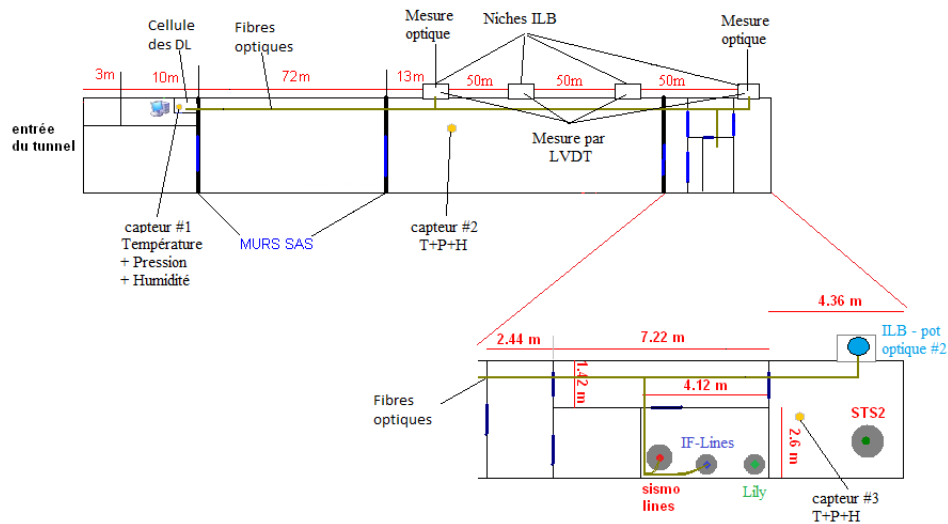


FIG. 3.2: Plan d'installation des instruments géophysiques dans un tunnel du LSBB. L'IF-LINES, le sismo-LINES ainsi que les pots aux extrémités de l'inclinomètre hydrostatique sont reliés aux diodes lasers au début du tunnel par des fibres optiques dont les longueurs peuvent excéder 3km.

### 3.1.2 Mise en place

À une profondeur de plus de 200m sous la surface de la terre réside la pièce qui abrite l'IF-LINES, le Lily et le sismo-LINES. Deux trous de diamètre 120mm et de profondeur 140cm ont été forés verticalement dans le sol pour accueillir les deux inclinomètres de forage.

D'après Agnew [Agnew, 1986], le facteur le plus important pour une bonne mesure de la variation de l'inclinaison du sol est le couplage terre-instrument. Le calage d'un instrument dans son forage est souvent un élément critique et difficile à maîtriser. D'autre part, la littérature relative à ce sujet est peu abondante. Le comportement du matériau de couplage, qui assure l'intime contact entre la roche encaissante et l'instrument, est essentiel pour obtenir des mesures correctes. Dans de nombreuses situations, les observations issues des instruments peuvent simplement refléter l'instabilité du couplage ou un matériau de couplage trop raide ou trop mou. Il n'y a que peu de littérature sur la comparaison des différents types de couplage pour les extensomètres et les inclinomètres. Le sable propre et sec [Sleeman et al., 2000, Allen et al., 1973] surtout en quartz [Kümpel et al., 2001] est très répandu comme matériau de couplage, ainsi que les puces de bentonite et les granules



de bentonite revêtues ou non revêtues [Kaempffer, 2003, Gladwin, 1984]. Une application originale utilisant du ciment est décrite dans [Levine et al., 1989] et consiste à ajouter une paire de ressorts plats sur les points de contact pour minimiser le couplage inclinaison-extension liés aux effets de cavité. Le sable, le gravier et les divers produits de bentonite se sont souvent avérés à la fois trop difficiles à mettre en place et parfois tout à fait inappropriés. Pour y faire face, une nouvelle méthode consiste à remplir le forage de l'instrument par un alliage de ciment et de bentonite [Mikkelsen, 2002, Contreras et al., 2008]. Les proportions du ciment, de la bentonite et de l'eau sont établies de telle façon que le mélange approche au mieux les propriétés mécanique du voisinage du forage. Néanmoins, davantage de soin doit être apporté pour les mesures axiales de déformation des trous de forage que pour les mesures de déformation latérale. Toutes les méthodes citées sont basées sur une réaction chimique irréversible (il devient donc impossible de récupérer un instrument afin de l'installer dans un autre endroit). De plus cette réaction induit une déformation associée sur plus ou moins long terme, et donc le couplage instrument-roche évolue dans le temps.

Lors de notre installation au LSBB, nous avons couplé le Lily et notre inclinomètre optique en utilisant des billes de silice de 1.5 mm de diamètre. Cette technique a été peu utilisée dans le passé, ce type de couplage étant souvent effectué avec du sable. Le principal avantage est que les billes s'auto-organisent comme un réseau tétraédrique compact qui devrait rester stable dans le temps. La faible dilatation thermique de la silice est un avantage mineur puisque la température n'évolue pas beaucoup dans les forages. Avant d'installer l'IF-LINES, nous avons bien nettoyé le forage et pompé la boue accumulée au fond durant la foration. L'idée était de rendre le milieu aussi hydrauliquement et mécaniquement stable que possible. Comme nous nous attendions que l'eau réintègre naturellement le trou de forage après la mise en place de l'IF-LINES, et étant donné que notre instrument est bien étanche, nous avons manuellement versé de l'eau claire dans quelques *cm* au fond du forage. Les billes sphériques étaient simultanément ajoutées avec l'eau. Une fois les billes stabilisées et organisées en réseau, nous avons posé l'inclinomètre sur les billes. Nous avons orienté la voie  $d_1$  vers le nord grâce à une boussole et la verticalité du pendule grâce à un petit inclinomètre commercial solidaire du bâti. Tout en contrôlant ces deux mesures, nous avons poursuivi l'ajout des billes jusqu'à ce que l'instrument soit complètement immergé dans le réseau de billes. Le calage de l'instrument est alors terminé.

## 3.2 Observations

Depuis le début du mois de mars 2012, les trois mesures de déplacement issues de l'IF-LINES sont enregistrées en permanence à une fréquence d'enregistrement de 250 Hz. Quelques arrêts inopinés du système d'acquisition se sont produits. Pendant les 4 premiers mois d'enregistrement, on peut compter 2 arrêts. Toutefois, les ordinateurs qui portent le logiciel d'acquisition et de traitement sont accessibles à distance via internet, et une réactivation du programme suffit pour remettre

l'enregistrement en route au maximum 24 heures après l'arrêt. Comme notre système EFFPI est un capteur de déplacement mais pas de distance, les valeurs des mesures sont réinitialisées à zéro après chaque arrêt. Trois capteurs SENSIRION SHT1x mesurent à chaque seconde la température et l'humidité relative en même temps que la pression atmosphérique et le taux de  $CO_2$  dans trois différents endroits de l'installation. Le premier capteur était placé dans la cellule où logent les diodes lasers, il a bien fonctionné pendant le mois de mars avant de tomber en panne. Le deuxième capteur n'a pu enregistrer que quelques jours au milieu de la galerie non loin des fibres optiques. Le troisième capteur, quant à lui, a enregistré la température, la pression, l'humidité et le  $CO_2$  sur presque 52 jours dans un sas voisin à celui de l'IF-LINES. Ces trois capteurs ont été retirés en vu d'être remplacés par d'autres plus tard.

### 3.2.1 Dérive lente

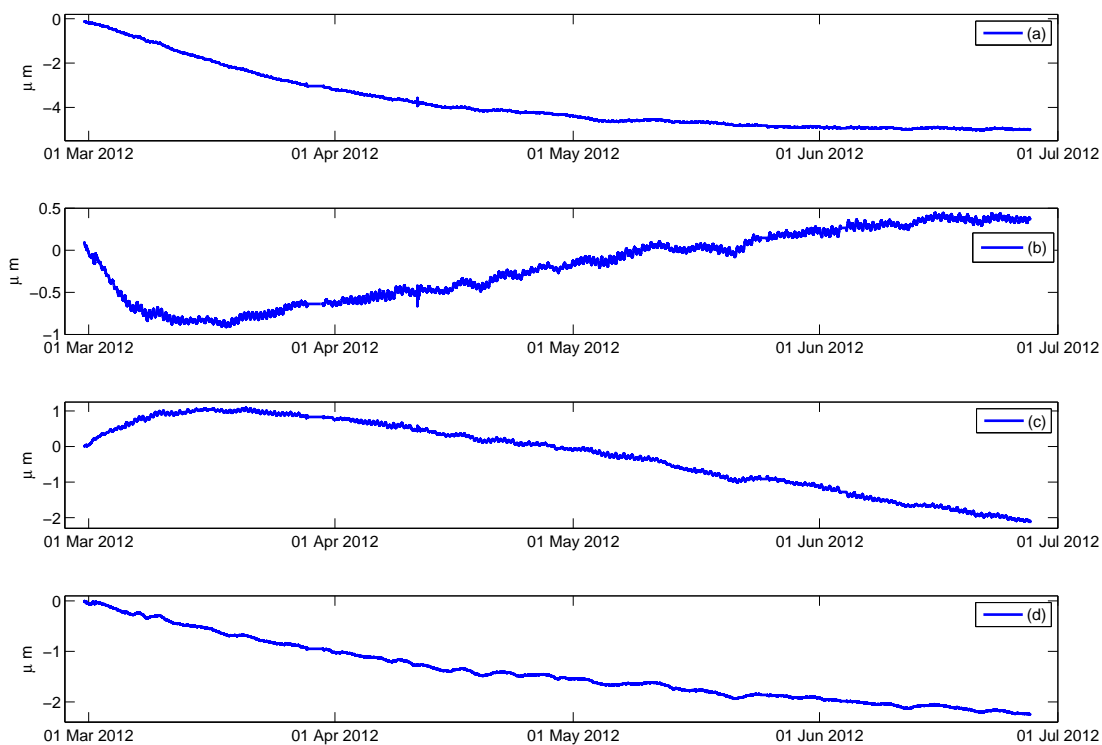


FIG. 3.3: Mesures du déplacement de la masselotte de l'IF-LINES dans les 4 premiers mois d'enregistrement. (a) :  $d_1(t)$ , (b) :  $d_2(t)$ , (c) :  $d_3(t)$ , (d) : Mode commun.

La figure 3.3 représente des données de 4 mois de déplacement filtrées par un filtre passe-bas de Butterworth et sous-échantillonnées (période d'échantillonnage réduite = 100s). Les données

manquantes sont remplacées par la valeur moyenne des 20 derniers points; l'arrêt et les écarts sont corrigés. Comme le mode commun représenté dans la figure 3.3 est du même ordre que  $d_1(t)$ ,  $d_2(t)$  et  $d_3(t)$ , et qu'il représente une mesure de la dérive, nous déduisons que la plus grande partie des trois mesures du mouvement de la masse est affectée par cette dérive. Deux composantes sont dominantes dans le mode commun : une dérive lente sur plusieurs mois, et une composante variant de façon plus ou moins hebdomadaire. On peut observer ce dernier signal en traçant la différence entre le mode commun et le lissage de ce dernier par un polynôme du troisième degré comme le montre figure 3.4(a) (ce qui est équivalent à filtrer le mode commun par un filtre passe haut).

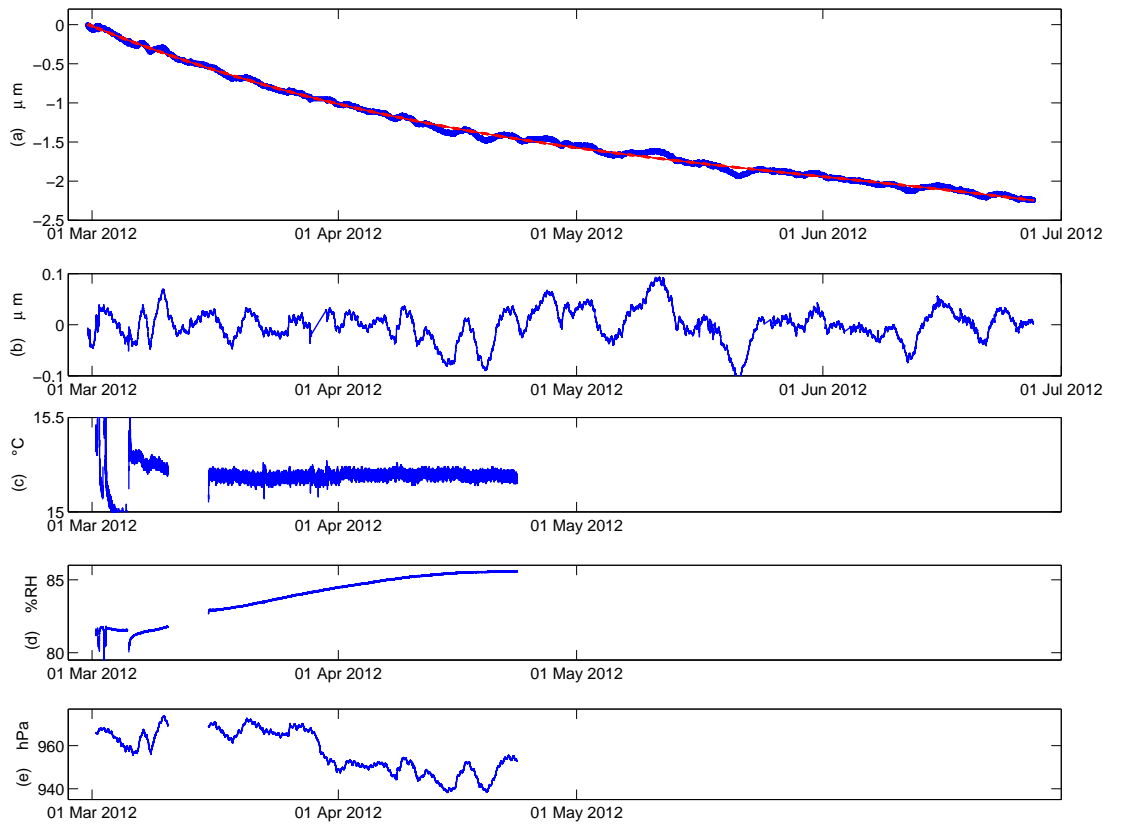


FIG. 3.4: Comparaison du mode commun et des données météorologiques mesurées dans une cellule voisine à celle de l'IF-LINES. (a) : en bleu : Mode commun; en rouge : Lissage du mode commun par un polynôme du troisième ordre. (b) : Reste du mode commun après lissage. (c) : Mesure de la température, les données dans les premiers jours de mars sont bruitées par une présence humaine dans la cellule. (d) : Mesure de l'humidité relative. (e) : Mesure de la pression atmosphérique.

Bien que la température soit constante, nous constatons dans figure 3.4 une probable anti-corrélation entre la composante lente du mode commun (figure 3.4(a)) et l'humidité, (figure 3.4(d)), ainsi qu'une corrélation entre la composante quasi-hebdomadaire du mode commun (figure 3.4(b)) et la pression atmosphérique dans l'environnement de l'IF-LINES (figure 3.4(e)). En effet, lors de

variation de la pression atmosphérique, un changement volumique du tube contenant le pendule est pertinent. Ceci est lié aux paramètres élastiques de ce tube. Cette déformation induit deux conséquences. Dans un premier lieu, le tube en se déformant, contracte indirectement la couronne qui tient les collimateurs. Il en résulte un déplacement très lent de ces trois collimateurs vis-à-vis de la masselotte. Dans un second lieu, d'après la loi des gaz parfaits, toute variation d'un volume induit un changement de la pression de son contenu. En tenant compte de la loi qui relie le co-indice de réfraction  $\mathcal{N}_n = (n - 1) \cdot 10^6$  à la pression dans le tube  $\mathcal{P}$  (en hPa), à la température absolue  $T$  (en  $^\circ K$ ), et à la pression de vapeur d'eau contenue dans l'air  $\mathcal{E}$  (en hPa) [Fabry and Frush, 1997] :

$$\mathcal{N}_n = 77.6 \left( \frac{\mathcal{P}}{T} \right) + 3.73 \cdot 10^5 \left( \frac{\mathcal{E}}{T^2} \right),$$

nous déduisons donc une variation du trajet optique des faisceaux laser. Il faut noter que les données météorologiques représentées dans la figure 3.4 sont prises dans une cellule proche de celle de l'IF-LINES, les mesures des deux autres capteurs dans le sas des diodes laser et au milieu de la galerie ne sont pas représentées puisqu'elles sont de très courte durée. Une remarque importante est que la pression atmosphérique mesurée dans le sas des diodes laser est très corrélée avec le mode commun ce qui permet de poser plusieurs hypothèses sur la provenance de la corrélation.

En supposant que le mode commun soit équi-partagé sur l'ensemble des trois mesures de déplacement, la figure 3.5 montre des probables vrais déplacements des trois miroirs collés sur la masselotte. Ils sont calculés en retirant le mode commun des déplacements mesurés. En tout cas, le fait d'utiliser les déplacements bruts ou les déplacements dépourvus du mode commun ne changent pas les composantes  $u_x$  et  $u_y$  calculées par la méthode de la matrice inverse issue de l'équation (2.43) puisque les sommes des éléments en ligne de cette matrice sont quasiment nulles. Il est important de noter que l'effet de la pression n'est plus présent sur les deux mesures cartésiennes, il est corrigé grâce au système surdéterminé. Le mouvement du pendule dans les axes Nord-Sud et Est-Ouest est représenté dans la figure 3.6. Il est possible que ce comportement suive une loi saisonnière mais pour le vérifier il faudra attendre au moins un an. Sur trois sites dans un bassin sédimentaire en Allemagne, Kümpel a installé des inclinomètres de forage du type *Applied Geomechanics 722* dans des forages de profondeurs entre 2 m et 5 m [Kümpel et al., 2001]. Il montre que les composantes dominantes de l'inclinaison sont de caractère saisonnier, les amplitudes des inclinaisons étant de  $35 \mu\text{rad}/\text{an}$ ,  $45 \mu\text{rad}/\text{an}$  et  $80 \mu\text{rad}/\text{an}$  selon les sites, et les périodes de pointe détectées sont autour de février/mars/avril et août/septembre/octobre. Il attribue la cause de ces variations aux déformations thermo-élastiques du sol et aux variations du niveau de la nappe d'eau. Weise [Weise et al., 1999] à son tour a remarqué des comportements semblables, il a réinstallé deux fois son inclinomètre avec une orientation différente afin de prouver que la dérive n'est pas causée par l'instrument. Conformément, la comparaison du déplacement du pendule IF-LINES dans l'axe Nord-Sud avec les précipitations (figure 3.7) identifie une corrélation entre ces deux grandeurs. La première forte inclinaison de  $0.14 \mu\text{rad}$  ( $0.12 \mu\text{m}$ ) observée dès le 29 avril sur la figure 3.7(d) est

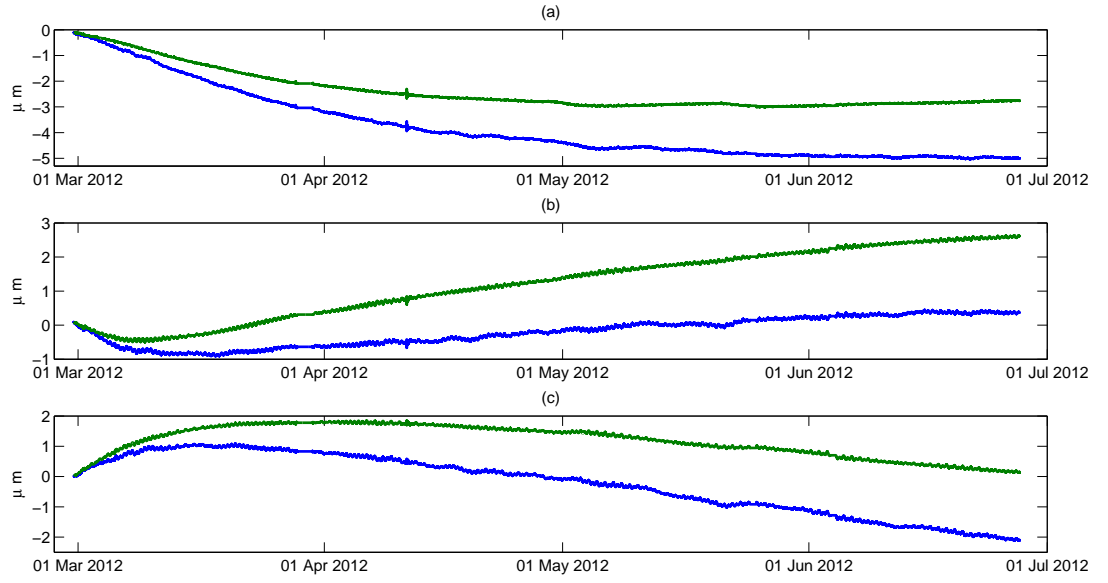


FIG. 3.5: Prédictions des vrais déplacements en excluant le mode commun supposé équivalent pour les trois voies. Les traces en bleu représentent le déplacement mesuré tandis que les traces en vert correspondent à  $d_i(t) - \bar{d}(t)$ . (a) :  $d_1(t)$ ; (b) :  $d_2(t)$ ; (c) :  $d_3(t)$ .

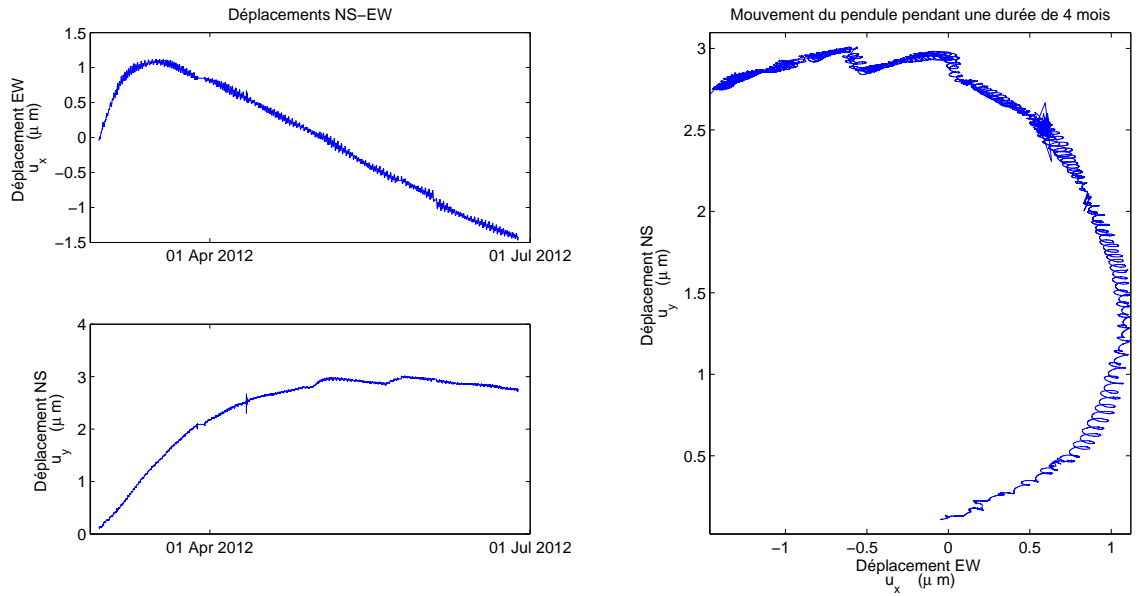


FIG. 3.6: Mouvement du pendule. En haut gauche :  $u_x(t)$ ; en bas gauche :  $u_y(t)$ ; à droite : mouvement de la masselotte dans le repère cartésien  $(u_x, u_y)$ . Le point de départ du mouvement est celui proche de l'origine.

manifestement causée par la pluie de 33 mm. Cependant, le système d'acquisition s'est arrêté le 24 mai et l'effet de la pluie du 20 mai (47 mm) sur l'inclinaison de l'IF est devenu difficile à estimer.

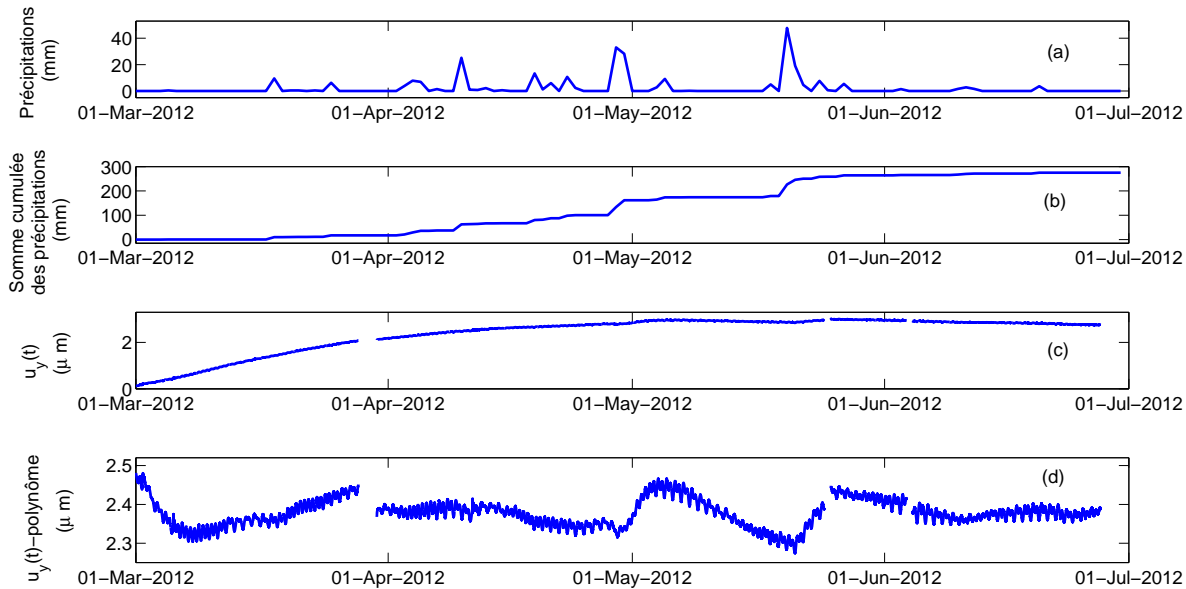


FIG. 3.7: (a) *Précipitations*. (b) *Somme cumulée des précipitations*. (c) *Déplacement du pendule dans l'axe Nord-Sud*. (d) *Déplacement du pendule dans l'axe Nord-Sud dépourvu de la dérive lente (Résidu d'un lissage par un polynôme d'ordre 4)*. Les données d'inclinaison représentées ci-dessus sont filtrées par un filtre passe-bas de Butterworth à une fréquence de coupure de 0.001 Hz et les intervalles qui correspondent aux arrêts du système sont exclus des observations. Un arrêt du système d'acquisition provoque une difficulté dans l'estimation de l'inclinaison du 20 mai, tandis que celle du 29 avril est de  $0.14 \mu\text{rad}$  causée par les 33 mm de pluie. On remarque une relaxation du déplacement après les deux niveaux maximums d'inclinaison.

Le Lily était posé dans un forage à proximité de l'IF-LINES afin de comparer les observations et les performances des deux instruments. Malheureusement, un déficit de puissance (panne au chargeur de batterie) s'est produit sur le Lily le 24 mars 2012, et un comportement anormal est apparu dans la composante Nord en Avril (voir Annexe B). Comme le Lily n'a correctement enregistré que pendant le premier mois d'installation de l'IF-LINES, la comparaison des observations à très basse fréquence n'est pas concluante.

Cependant, l'inclinomètre hydrostatique à longue-base (ILB) a un axe d'azimut N350E (l'axe de référence est l'axe du Nord et le sens de l'orientation est le sens des aiguilles d'une montre) distant de l'IF-LINES d'environ 4 m. En plus des capteurs EFFPIs qui se situent dans les deux pots à ses extrémités (formant une base de 150 m), l'ILB est équipé d'un LVDT dans chacun des quatre pots qui le forment. Pourtant, un facteur 2 d'origine inconnue est apparu entre l'inclinaison mesurée par les

LVDTs des pots aux extrémités et celle mesurée par les capteurs optiques. Ainsi, l'inclinaison mesurée par les LVDTs a été corrigée pour correspondre à celle des capteurs optiques. Tandis que l'ILB opère depuis mars 2012 (voir la figure B.2), nous nous contentons dans ce chapitre de comparer l'inclinaison de l'IF-LINES mesurée par le capteur EFFPI dans l'axe nord à l'inclinaison mesurée par les LVDTs de l'ILB durant la période début avril - fin juin (figure 3.8). L'ILB a révélé une dérive

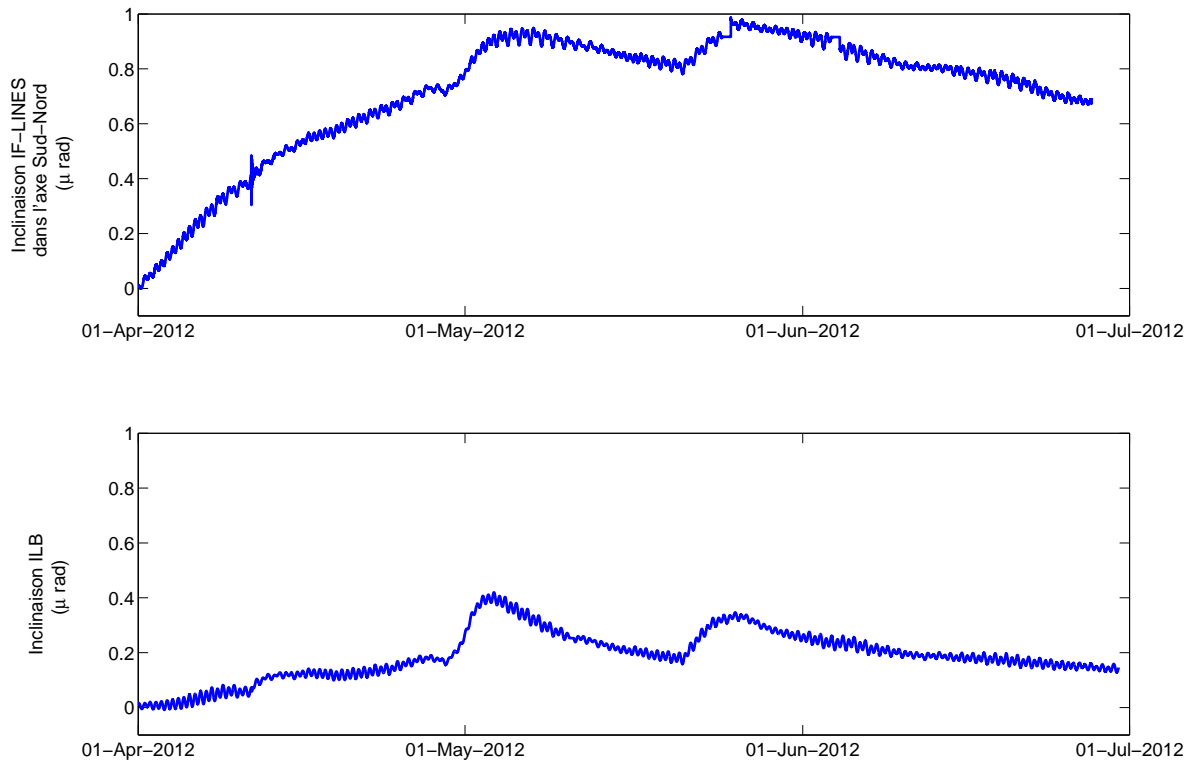


FIG. 3.8: Comparaison de la dérive de la mesure de l'inclinaison de l'IF-LINES dans l'axe Sud-Nord à la dérive de la mesure de l'inclinaison de l'ILB par les LVDTs. Pour représenter les deux mesures dans une même échelle, les données ont été normalisées.

quatre fois plus faible que celle de l'IF-LINES (une inclinaison de  $0.15 \mu\text{rad}$  mesurée sur l'inclinomètre hydrostatique pendant le mois d'avril comparée à l'inclinaison de  $0.6 \mu\text{rad}$  du pendule de l'inclinomètre de forage). Les causes de cet écart peuvent être liées au couplage de l'IF-LINES dans son forage, à une déformation locale de la roche ou à l'effet de cavité. Cependant, l'ILB a tendance à moyenniser ces distorsions tout au long de sa base. Également, les auteurs [Wyatt et al., 1982] ont comparé la dérive d'un inclinomètre hydrostatique ayant une base de longueur 535 m installé sur la surface, à celle d'un inclinomètre de forage diamagnétique du type Arthur D. Little (ADL) installé à une profondeur de 26 m. Cette expérience a eu lieu dans un observatoire de géophysique (PFO Pinon Flat Observatory) dans le sud de la Californie. Ils ont remarqué une dérive de  $2 \mu\text{rad}/170\text{jours}$  dans

l'inclinaison mesurée par l'ADL et une dérive de  $0.4 \mu\text{rad}/170\text{jours}$  dans l'inclinaison mesurée par l'inclinomètre longue-base. Ils ont attribué cette dispersion à l'appui de l'ADL sur des gravats qui peut ne pas être particulièrement stable.

D'autre part, l'IF-LINES et l'ILB ont pratiquement mesuré les mêmes valeurs d'inclinaisons (à quelques  $n\text{rad}$  près) causées par les deux grandes précipitations de pluie du 29 avril et du 20 mai.

### 3.2.2 Observations des marées

Une méthode pour tester un ensemble composé d'un inclinomètre, un mode de couplage, et un site d'installation, consiste à comparer les données mesurées à celles prédites par la théorie. Les marées, surtout les marées terrestres, sont les signaux de déformation parmi les mieux identifiés. Les inclinaisons dues aux marées ont une amplitude bien supérieure à la sensibilité de notre inclinomètre. Notre inclinomètre doit enregistrer les marées avec une bonne précision pour être utile dans le cadre d'études tectoniques sur des périodes de quelques années. En réalité, il existe 3 types de marées : les marées océaniques, les marées de la terre solide et les marées atmosphériques; elles sont la conséquence des forces gravitationnelles des corps célestes les plus proches. Dans le cas des marées océaniques la surface initialement déformée est l'océan, dans le cas des marées terrestres la croûte terrestre subit directement le forçage gravitaire, et enfin c'est l'atmosphère qui est affectée dans le cas des marées atmosphériques. Pour pouvoir différencier ces trois marées, les géophysiciens ont recours à des logiciels de prédiction et de comparaison tel ETERNA [Wenzel, 1997]. Dans cette section, je montre que le mode commun a un avantage puissant, car il mesure les composantes diurnales et semi-diurnales de la pression atmosphérique sans être sensible aux marées terrestres qui affectent les trois déplacements détectés  $d_1(t)$ ,  $d_2(t)$  et  $d_3(t)$  et par conséquent les deux mesures de mouvement dans l'axe Est-Ouest ( $u_x(t)$ ) et Sud-Nord ( $u_y(t)$ ). Les signaux analysés dans cette section, tout comme dans la dernière section, sont filtrés par un filtre passe bas de Butterworth et puis sous-échantillonnés. La fréquence d'échantillonnage réduite est  $0.01 \text{ Hz}$  ce qui est largement suffisant pour observer la bande des marées. Enfin, la dérive lente est supprimée par la fonction detrend de Matlab pour mieux visualiser les hautes fréquences.

Bien que l'IF-LINES et le Lily n'aient pas les axes orientés dans la même direction, la composante Est-Ouest du premier est bien corrélée avec la composante x du second tandis que la composante y du Lily semble très sensible à la pression, ceci étant clairement visible sur la figure 3.9. Pendant la phase de bon fonctionnement du Lily, entre début mars et le 24 mars, le coefficient de corrélation calculé entre l'inclinaison déduite de  $u_x(t)$  et la composante x du Lily est de 0.8, les trois coefficients de corrélation du reste de la combinaison sont inférieurs à 0.45. Les inclinaisons causées par les marées terrestres sont bien identifiées dans nos signaux, et surtout très exactes en termes de fréquences (figure 3.10). Les 5 périodes principales sont par ordre de grandeurs décroissantes :  $M_2$ ,  $S_2$  et  $N_2$  dans la bande semi-diurnale, et  $K_1$  et  $O_1$  dans la bande diurnale. Le reste des composantes est identifié par moindres carrés comme le fait ETERNA (en faisant un lissage de la courbe initiale



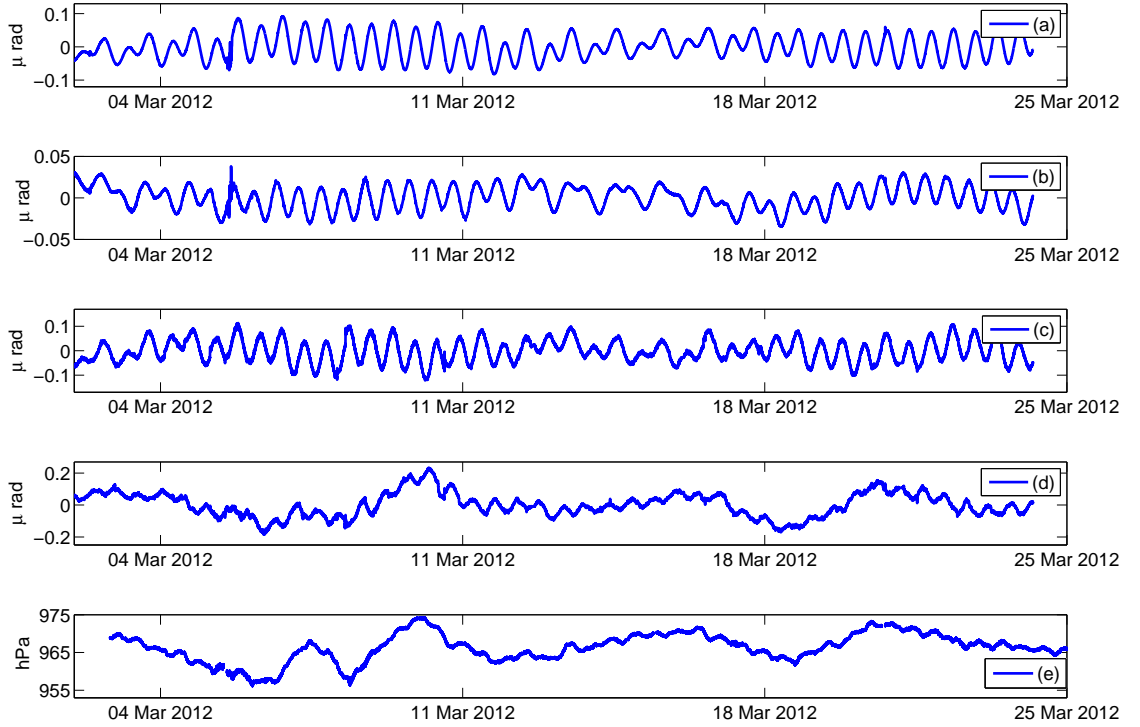


FIG. 3.9: (a) et (b) : Inclinaisons dans les deux axes EW (Est-Ouest) et NS (Nord-Sud) calculées respectivement d'après les composantes  $u_x(t)$  et  $u_y(t)$  mesurées par l'IF-LINES. (c) et (d) : Respectivement, les composantes  $x$  et  $y$  du Lily. (e) : Pression atmosphérique mesurée à l'entrée du tunnel.

par un ensemble de courbes sinusoïdales de fréquences correspondantes à celles des composantes des marées). Le tableau 3.1 résume les résultats de ces observations et donne les amplitudes observées pour chaque composante. Il est clair que les inclinaisons dans l'axe EW sont plus importantes que celles dans l'axe NS. La figure 3.6 montre les oscillations dans l'axe  $u_x$  causées par les marées. Ce résultat est classique et est théoriquement expliqué dans [Levine et al., 1989].

Comme prévu, le mode commun a tendance à filtrer toute oscillation de la masselotte y compris celles provenant des marées terrestres. Cependant, la pression atmosphérique est toujours apparente dans le mode commun. La figure 3.11 montre que la transformée de Fourier de ce mode expose précisément les deux composantes de 12 heures et de 24 heures invariantes dans les marées atmosphériques [Boerez et al., 2010].

TAB. 3.1: Caractéristiques des composantes des marées terrestres, et leurs mesures par l'IF-LINES.

Composante	Période	Amplitude EW (nm)	Amplitude NS (nm)	Amplitude totale (nm)	Tilt (nrad)
$K_1$	23h 56min	14.8832	6.0693	16.0732	18.9096
$O_1$	25h 49min	9.1696	4.5944	10.2562	12.0662
$P_1$	24h 05min	5.1762	1.5738	5.4101	6.3649
$Q_1$	26h 50min	2.0025	0.3996	2.042	2.4023
$\rho_1$	24h 51min	1.2501	0.4186	1.3183	1.5509
$M_2$	12h 25min	33.5909	10.0747	35.0692	41.2578
$S_2$	12h 00min	13.0993	4.2433	13.7695	16.1994
$N_2$	12h 39min	7.3272	1.9834	7.5909	8.9305
$K_2$	11h 57min	4.1564	1.428	4.3948	5.1704
$L_2$	12h 11min	1.377	0.3511	1.4211	1.6719

### 3.2.3 Observations sismiques

L'équation (2.29) et la figure 2.6 de la section 2.2.5 simulent la réponse du pendule et indiquent que l'inclinomètre répond à la fois à la déformation et à l'accélération du sol. Pour une onde sismique se déplaçant à plusieurs kilomètres par seconde avec une période d'environ 20s, un inclinomètre répondra principalement aux accélérations. Par conséquent, les ondes sismiques nous offrent l'opportunité de mieux identifier les caractéristiques de notre instrument, telles que les performances du capteur optique dans les hautes fréquences, les angles d'asymétrie entre les trois voies optiques (section 2.3.1) et l'oscillation du pendule pendant les excitations multidirectionnelles.

L'inclinomètre a tendance à déformer, amortir ou accentuer des fréquences du vrai mouvement du sol suite à l'arrivée des ondes sismiques. Le filtre de Wiener décrit dans 2.2.6 trouve ici une utilité car il amortit virtuellement la fréquence de résonance du pendule pour la ramener à sa taille normale dans le mouvement de la surface. La figure 3.12 illustre cette propriété. Pendant la période de mars à juin 2012 (période étudiée dans cette thèse), L'IF-LINES a enregistré des téléseismes et des séismes régionaux significatifs, les plus marquants dans la figure 3.12 étant le téléseisme de la côte ouest du nord de Sumatra le 11 avril 2012 (magnitude 8.2) et les séismes plus proches d'Italie de 20 et 29 mai 2012 (magnitude 6 et 5.8). Il est clair que la fréquence de résonance à 0.6Hz est responsable des amplitudes d'oscillation les plus grandes.

Par rapport aux inclinomètres longue-base, un des avantages de l'inclinomètre de forage décrit ici est sa tendance à osciller dans la direction de l'onde excitante. Même si elles se propagent à

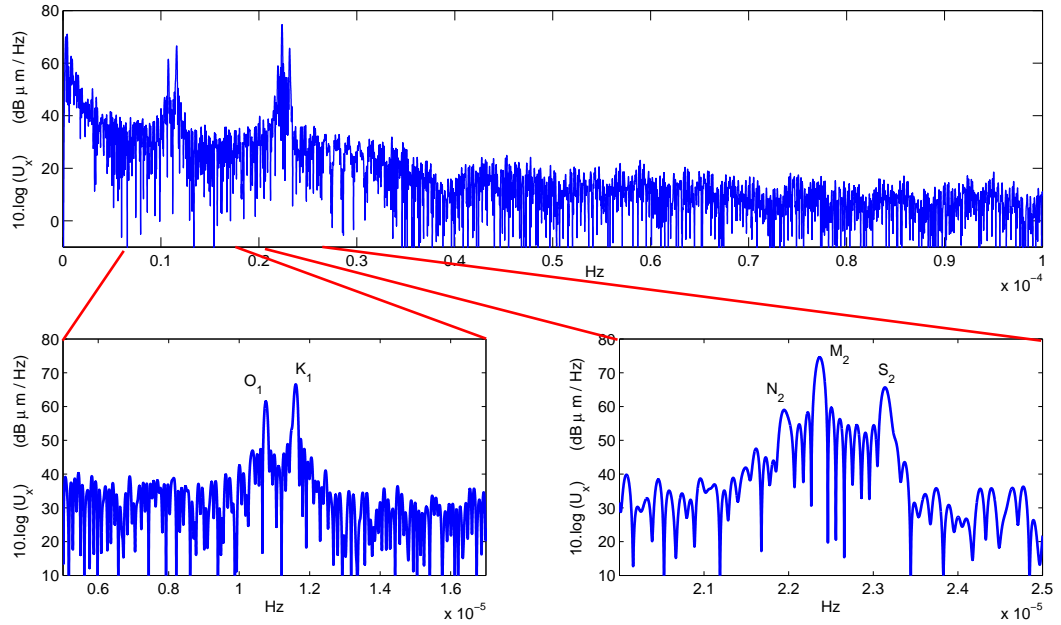


FIG. 3.10: *Transformée de Fourier discrète (module) du déplacement  $u_x(t)$  de la masselotte dans l'axe Est-Ouest pendant 4 mois de mesure. Le spectre de fréquence de  $u_y(t)$  est très semblable à celui représenté mais avec des magnitudes un peu plus faibles. Ceci est bien visible dans le cadre à droite de la figure 3.6.*

différentes vitesses, les ondes P, S, de Rayleigh et de Love qui proviennent des séismes régionaux n'ont pas le temps de se séparer complètement et l'interférence entre elles rend l'estimation de l'inclinaison azimutale parfois difficile (figure 3.13). Par contre, la tâche est plus facile pour les télé-séismes (voir figure 3.14). Le grand séisme de Sumatra a activé les modes d'oscillations libres de la terre, y compris les modes les plus bas. La procédure adoptée pour afficher ces modes de périodes relativement longues consiste à isoler les déplacements causés par le séisme de ceux de la dérive longue (soustraction d'un polynôme du second degré), puis filtrer par un filtre passe bande [5000 s – 300 s]. Pour concentrer le regard sur les modes de périodes  $\leq 12$  min ( $\geq 1.4$  mHz) comme dans la figure 3.15, une fenêtre de Hamming de longueur 24 heures se déplaçant avec des pas de 12 heures est appliquée au déplacement. Pour la figure 3.16, la fenêtre est de 4 jours.

Le mouvement microsismique lui aussi peut fournir une vérification supplémentaire du fonctionnement de l'instrument. Les microséismes apparaissent à des fréquences qui sont compatibles avec le bruit sismique ambiant causé par l'activité des vagues océaniques (de l'ordre 0.1 Hz à 0.3 Hz) [Aki and Richards, 2002]. [Peterson, 1993] a présenté un modèle du bruit global. Il représente l'enveloppe limite supérieure et l'enveloppe limite inférieure d'une compilation cumulative de la densité spectrale de puissance (DSP) de l'accélération du sol déterminée pour des périodes bruyantes et calmes dans 75 stations numériques dans le monde entier. Les modèles sont couramment appe-

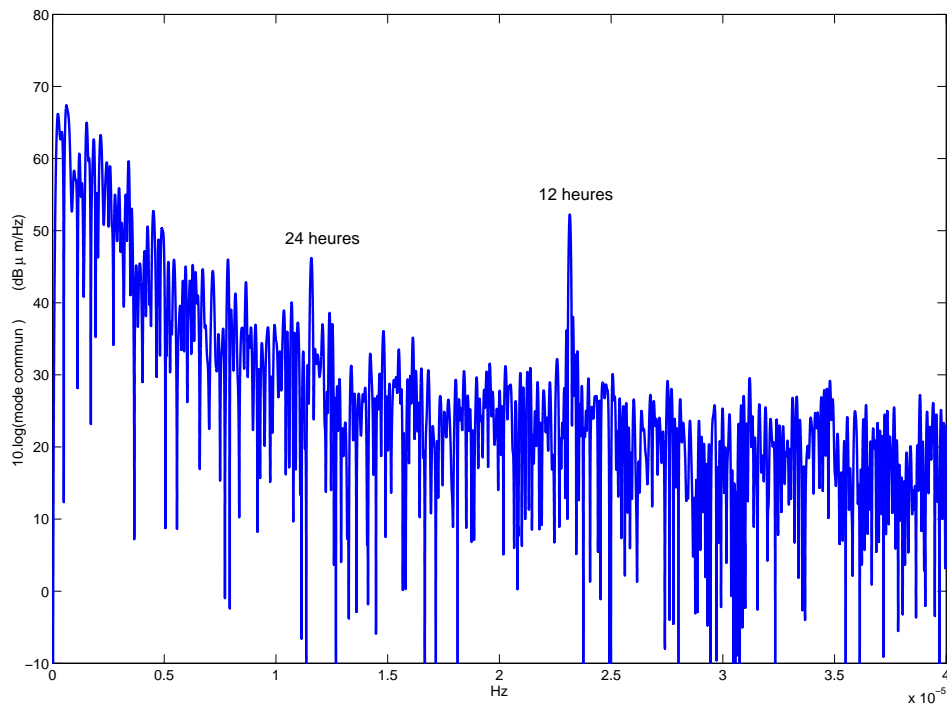


FIG. 3.11: *Transformée de Fourier discrète (module) du mode commun calculée à partir de 4 mois de mesures. Les composantes des marées terrestres sont complètement absentes, les deux pics qui subsistent dans le spectre de  $\bar{d}$  sont caractéristiques des marées atmosphériques.*

lés le nouveau modèle de bruit élevé (NHNM) et le nouveau modèle de faible bruit (NLNM). Ils représentent la norme actuellement acceptée pour les limites attendues du bruit sismique. Pour comparer les mesures de notre inclinomètre de forage aux DSPs des accélérations dérivées de NHNM et NLNM, nous avons déconvolué les mesures de déplacement du pendule par un filtre de Wiener (figure 3.17) adapté à la réponse en accélération du mouvement du sol. Nous avons choisi les données de la période entre 13 Avril 2012 et 19 May 2012 (figure 3.18) où le nombre des séismes détectés est limité, les téléseismes de magnitude  $M > 6$  ont été manuellement supprimés. Ces signaux sont échantillonnés à la fréquence 10Hz. La DSP est calculée par des fragments d'une heure de  $u_x(t)$ , entrelacés de 50% et sur lesquels les dérives sont supprimées. Le résultat de la comparaison est illustré dans la figure 3.19. À noter que la densité spectrale de puissance de  $u_y(t)$  est équivalente à celle de  $u_x(t)$ .

L'annexe C présente 4 mois de mesure du déplacement EW (Est-Ouest) dans le domaine temporel et dans le domaine temps-fréquence. Le déplacement EW est seul représenté pour limiter la redondance. On se rend compte de l'importance d'exposer en parallèle les données temporelles et temps-fréquence pour identifier et comparer par exemple un téléseisme de magnitude moyenne

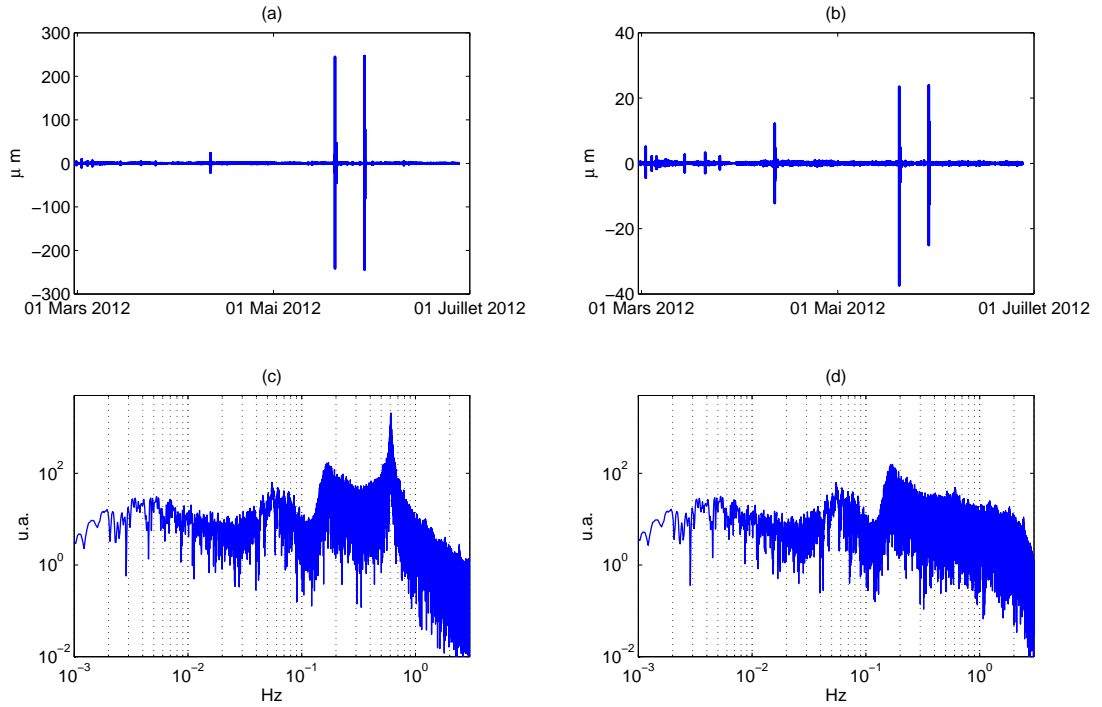


FIG. 3.12: (a) Déplacement  $u_x(t)$  échantillonné à 10Hz et le module de sa FFT (c). (b) et (d) Déplacement  $u_x(t)$  filtré par le filtre sélectif de Wiener et le module de sa FFT. Remarquons l'atténuation des pics correspondants aux séismes de l'Italie de près de  $250\mu\text{m}$  dans (c) et à moins que  $30\mu\text{m}$  dans (d). Le pic du bruit microsismique est bien apparent à 0.17Hz, et la bande  $[0.03 - 0.1]\text{Hz}$  a comme origine l'ensemble des séismes pendant cette période.

d'un autre séisme régional : les hautes fréquences du premier s'atténuent et les basses fréquences persistent tandis que les séismes proches ont conservé toute la bande de fréquence. De plus, des microséismes [Raab and Coyne, 1997] ont été observés et une représentation dans le domaine temps-fréquence peut aider à corréler leurs amplitudes et leurs fréquences quotidiennes à des phénomènes météorologiques (pluie, orage) ou océaniques.

### 3.3 Conclusion

Pour tester notre inclinomètre de forage LINES, nous avons eu recours au laboratoire souterrain à bas bruit (LSBB) qui offre des qualités d'isolation thermique de l'instrument et de son alentour, un tunnel assez long pour examiner la performance du capteur de déplacement avec des longues fibres optiques, et un ensemble d'instruments géophysiques. Ce réseau contient un sismomètre à capteur de déplacement EFFPI également développé dans le projet LINES, et deux inclinomètres : un Lily qui, tout comme l'IF-LINES, est couplé au sol par des billes en silice sphériques de taille

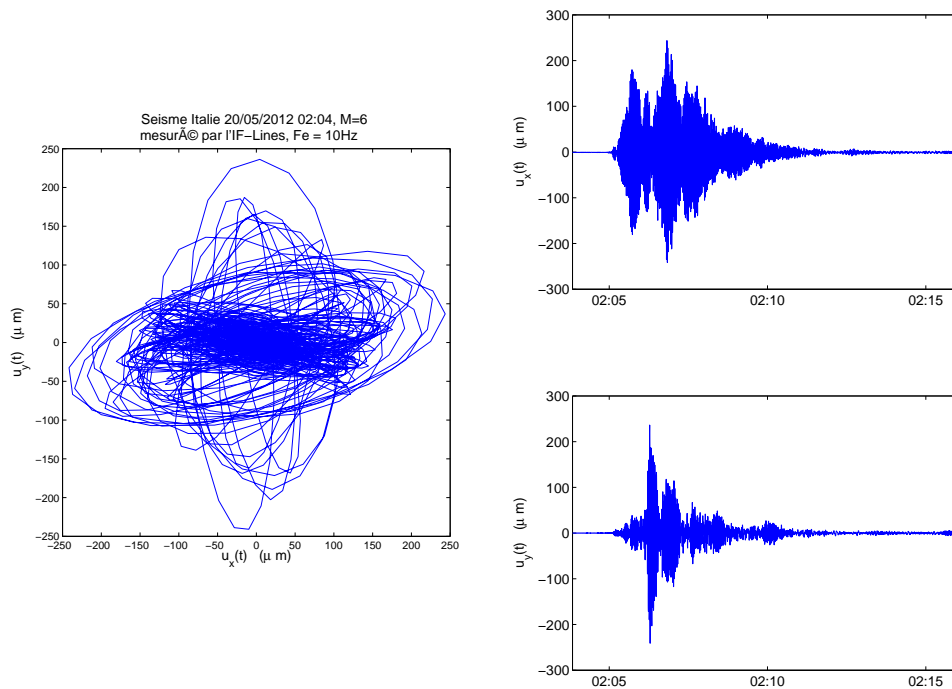


FIG. 3.13: Arrivée des premières ondes du séisme d'Italie (20 Mai 2012, 02:04,  $M=6$ ), une minute et huit secondes à peu près après son déclenchement. Les ondes de surface et de volume s'entrelacent. Néanmoins, on peut distinguer quelques oscillations dans la direction de la propagation.

millimétrique, et un inclinomètre hydrostatique longue-base de longueur 150m faisant usage du capteur décrit dans Chapitre 1.

Nous avons limité la présentation dans ce document aux données mesurées dans les quatre premiers mois. Un signal plus ou moins hebdomadaire est peut-être causé par le changement de la pression atmosphérique au niveau de la diode laser, des fibres, de l'interface fibre-air, mais plus certainement au niveau du système mécanique lui-même. En tout cas, nous pensons que la redondance des mesures dans notre instrument est capable de corriger la dérive isotrope associée au mode commun. Pendant les 4 mois de mesure, le pendule a décrit une demi-ellipse dont les projections sur l'axe EW et NS font respectivement  $2.5 \mu m$  et  $3 \mu m$  crête-à-crête. Ce comportement n'a pas pu être comparé avec celui du Lily à cause de problèmes constatés sur la composante Nord de ce dernier. Néanmoins, une courte comparaison avec la composante Est dans la bande des marées semble satisfaisante. Le mode commun révèle son aptitude à différencier entre marées terrestres et marées atmosphériques. L'IF-LINES a montré une précision exceptionnelle de mesure des modes propres de la terre lors de l'immense séisme de Sumatra (Avril 2012).

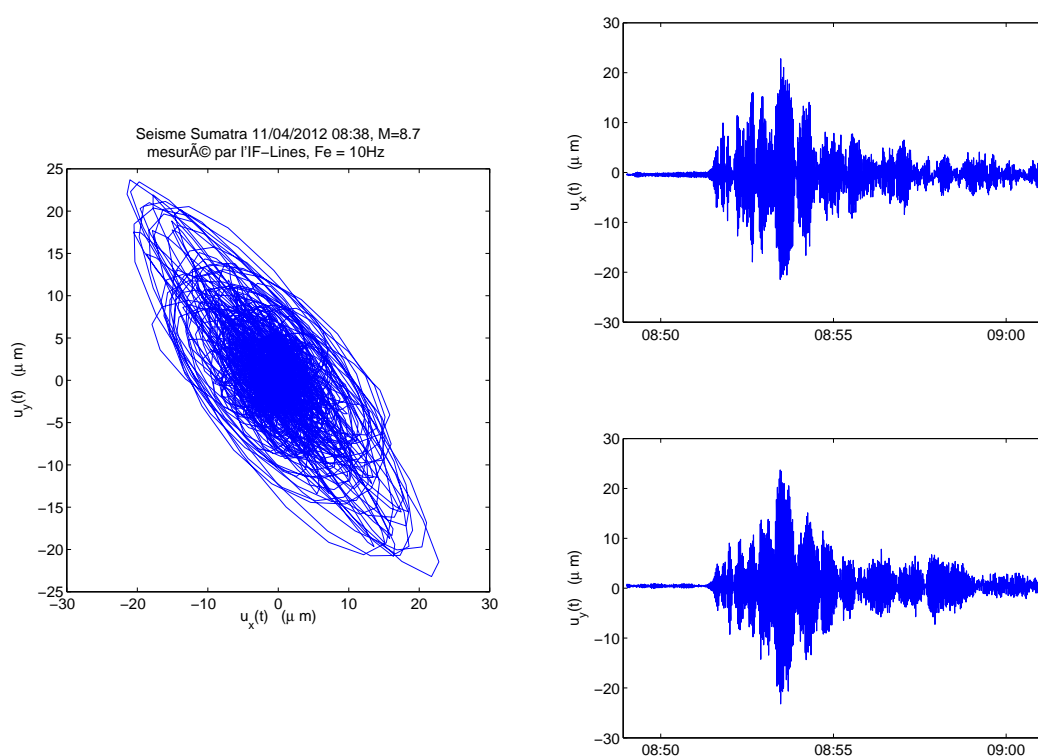


FIG. 3.14: Arrivée des premières ondes du séisme de Sumatra (11 Avril 2012, 08:38,  $M=8.7$ ), 14 minutes après son déclenchement. Ceci implique que ce train d'onde s'est propagé à la vitesse moyenne de 13 km/s pendant ce trajet de 11000 km. L'orientation des oscillations est bien conforme à la direction de propagation des ondes.

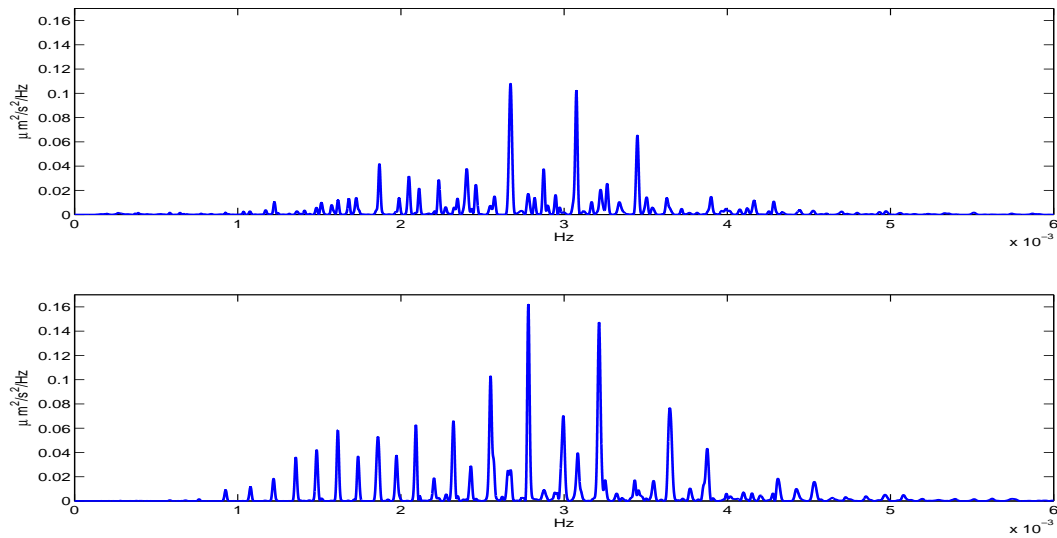


FIG. 3.15: Modes propres de la terre après le séisme de Sumatra. La représentation de ces modes a été possible grâce à l'utilisation d'une fenêtre de Hamming de 24 heures. (a) Composante EW et (b) composante NS.

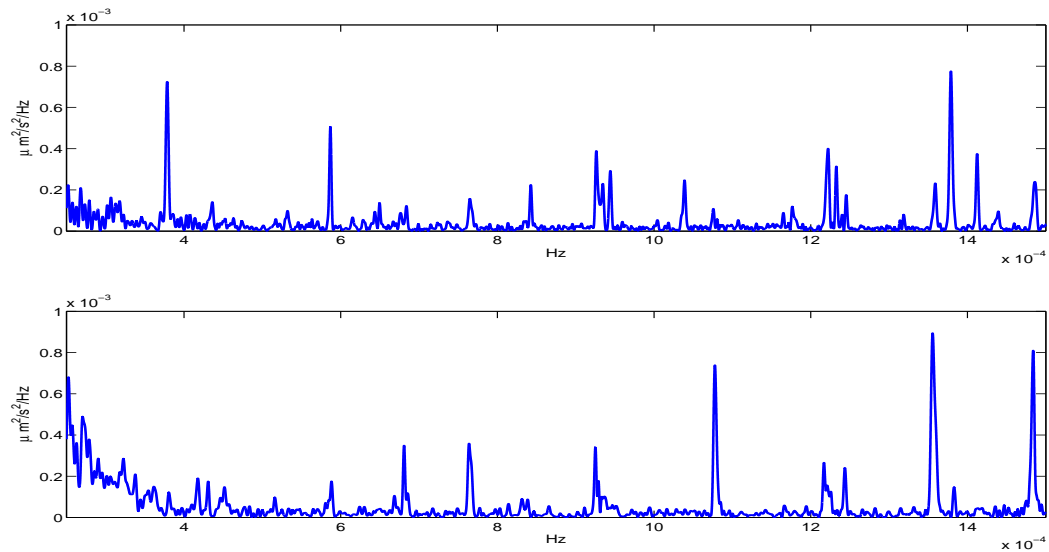


FIG. 3.16: Modes propres de la terre après le séisme de Sumatra. La représentation de ces modes a été possible grâce à l'utilisation d'une fenêtre de Hamming de 4 jours. (a) Composante EW et (b) composante NS. Les trois plus grands pics de la composante EW correspondent aux modes  ${}_0T_2(3.8 \cdot 10^{-4} \text{ Hz})$ ,  ${}_0T_3(5.8 \cdot 10^{-4} \text{ Hz})$  et  ${}_2S_4(13.8 \cdot 10^{-4} \text{ Hz})$ . Ceux dans la composante NS correspondent à  ${}_0T_6(10.8 \cdot 10^{-4} \text{ Hz})$ ,  ${}_0T_8(13.6 \cdot 10^{-4} \text{ Hz})$  et  ${}_0T_9(14.7 \cdot 10^{-4} \text{ Hz})$ . D'où la dominance des modes toroïdaux sur cette bande de fréquence.



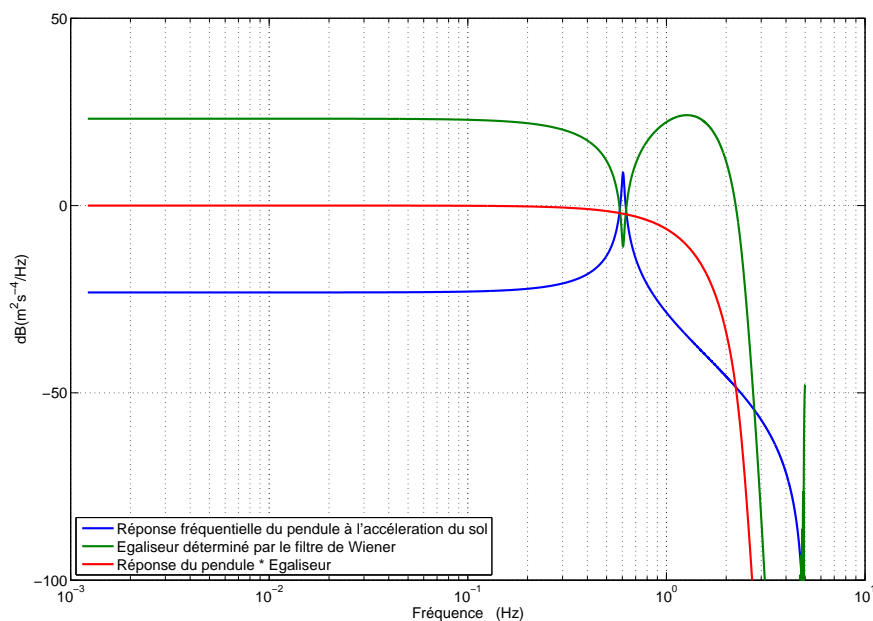


FIG. 3.17: En bleu : Simulation de la réponse en fréquence du pendule à l'accélération du sol. En vert : Egalisateur déterminé par le filtre de Wiener. En rouge : Réponse déconvoluée du pendule.

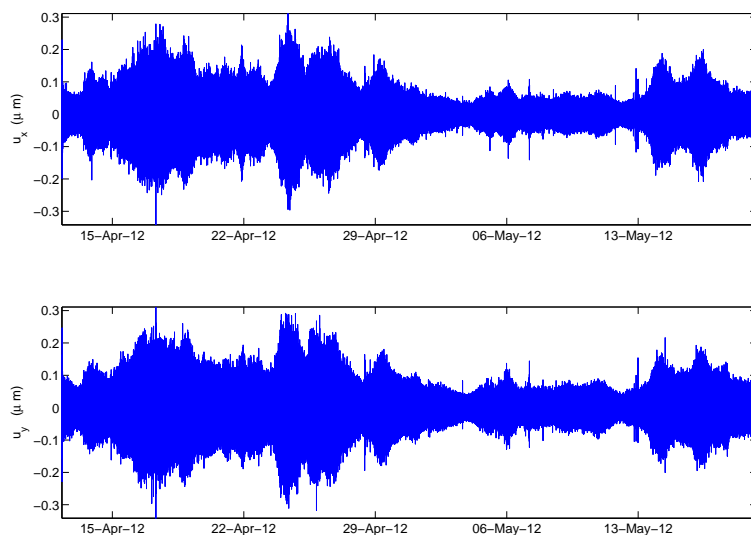


FIG. 3.18: Mesures des déplacements du pendule dans les axes orthogonaux pendant la période du 13 Avril 2012 au 19 May 2012. Les données représentées ci-dessus ont été filtrées par un filtre passe-bande  $[0.1 \text{ Hz} - 0.4 \text{ Hz}]$  pour observer l'évolution du bruit sismique.

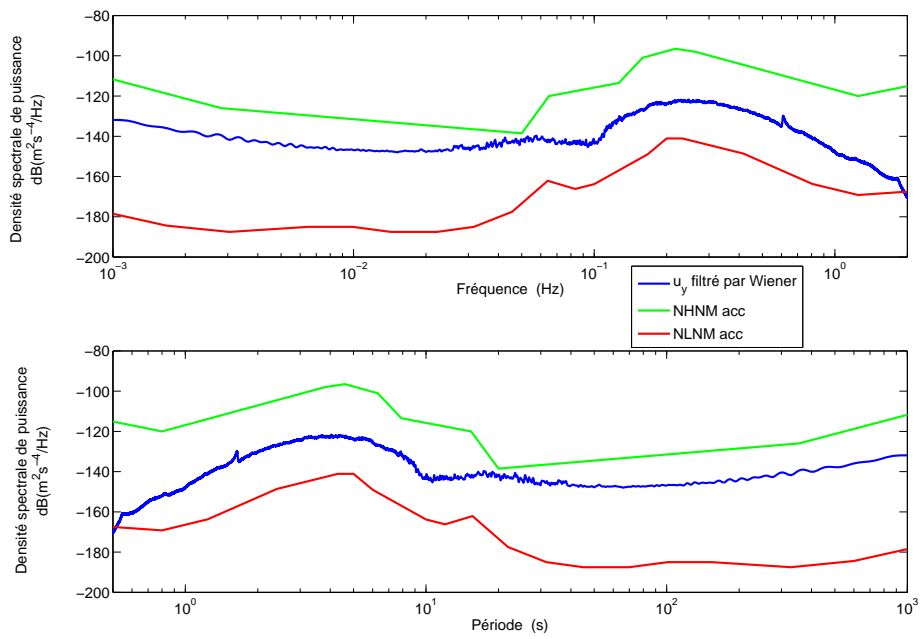


FIG. 3.19: Comparaison entre les niveaux de bruit de Peterson en accélération et la DSP du déplacement Est-Ouest du pendule, déconvolué par un filtre de Wiener adapté à la réponse fréquentielle en accélération du sol.



## Chapitre 4

# Caractérisation et résultats in-situ du sismo-LINES

Nous avons montré dans les deux chapitres précédents comment le capteur optique étudié dans cette thèse peut être utilisé pour mesurer des mouvements lents d'un inclinomètre de forage destiné à suivre l'évolution de la croûte terrestre. Dans ce cas, les amplitudes des mouvements mesurés sont limitées à quelques centaines de micromètres. Cependant, les algorithmes de traitement des signaux interférométriques que nous avons présentés au chapitre 1 peuvent aussi être adaptés au cas des mouvements rapides et d'amplitudes élevées. Cette caractéristique a été exploitée dans le projet ANR-LINES pour remplacer la mesure de la force électromotrice aux bornes de la bobine d'un sismomètre par une mesure optique du déplacement de la masse mobile. Dans cette configuration, les amplitudes des déplacements peuvent atteindre plusieurs centaines de micromètres et avoir un contenu spectral de plusieurs dizaines de Hertz lors de séismes très violents. Cette nouvelle utilisation du capteur optique développé dans cette thèse impose des contraintes assez fortes sur les fréquences de coupure des filtres de démodulation ainsi que sur la fréquence d'échantillonnage.

L'objectif de ce chapitre est d'exploiter le modèle théorique du capteur pour établir les conditions de bon fonctionnement du système lorsque l'on veut l'utiliser dans un sismomètre. Ce travail est important puisqu'il guide aussi le choix du matériel de traitement des signaux qui effectue en temps réel tous les calculs.

Nous terminons ce chapitre par une présentation des premiers résultats obtenus à l'aide d'un sismomètre optique qui valide les choix des différents paramètres des algorithmes de traitement des signaux. Cependant, nous ne présentons pas ici une étude très fouillée des performances de ce capteur lors des mesures géophysiques car ce travail sortirait du cadre de cette thèse.

## 4.1 Intérêt d'un sismomètre à mesure optique

Le premier prototype d'un sismomètre ou d'un sismographe a été inventé en 132 après J.C. par Zhang Heng. Le tout premier exemplaire était bien évidemment très loin du système actuel, puisqu'il reposait sur l'observation du mouvement de boules posées dans des bouches de dragon et dont la chute dans la bouche d'une grenouille placée en contrebas permettait d'affirmer que la terre avait tremblé, tout en indiquant la direction du mouvement [Minford and Lau, 2002]. Les sismomètres de nos jours s'appuient sur un ou des systèmes masse/ressort. En mesurant les mouvements de la masse mobile par rapport à son bâti, on peut en déduire le mouvement de la surface lors du passage d'une onde sismique.

Un sismomètre moderne comporte en plus un système d'amortissement, nécessaire pour obtenir une bonne restitution du mouvement du sol. En effet, sans amortissement, la masse pourrait théoriquement osciller à l'infini. En pratique, ce n'est pas le cas. Le mouvement est freiné par les frottements mécaniques à l'intérieur de l'appareil, mais la masse peut continuer à osciller même si le champ excitateur a disparu. De là peuvent naître des oscillations qui ne sont plus dues au mouvement du sol. L'amortissement du système permet de remédier à cela. Le premier type d'amortissement appliqué sur les sismomètres a été l'amortissement visqueux [Perry and Ayrton, 1879]. Il s'agit d'utiliser un fluide pour créer des forces de frottement s'opposant au mouvement. Ce type d'amortissement n'est presque plus utilisé aujourd'hui. Il est remplacé par l'amortissement électromagnétique. Ce dernier est créé en fixant une bobine sur la masse du sismomètre et un système d'induction magnétique sur le bâti. Lors du mouvement de la masse, un courant induit engendre une force de Laplace qui s'oppose à la cause qui l'a créée. Généralement, le capteur du mouvement de la masse conductrice est lui aussi inductif et donc fonction de la vitesse. De ce fait, la plupart des sismomètres actuels associés à leur électronique de conditionnement des signaux délivrent en sortie une tension électrique proportionnelle à la vitesse de déplacement de la masse. Cette électronique nécessite de relier le sismomètre aux appareils de mesure à l'aide de câbles qui peuvent être assez longs. Les câbles électriques présentent de gros inconvénients lors de mesures dans des conditions extrêmes car ils peuvent véhiculer des tensions électriques transitoires très élevées, lors d'un orage par exemple, qui peuvent endommager l'électronique de mesure.

Dans le cas du sismomètre optique développé dans ce travail, les problèmes de compatibilité Electro Magnétique (CEM) disparaissent complètement. Remarquons toutefois que ce nouveau capteur ne délivre plus une information de vitesse, mais de déplacement. De ce fait, une attention particulière doit être portée lors de la comparaison des résultats obtenus par un sismomètre conventionnel et ceux donnés par le sismomètre optique.

## 4.2 Caractérisation du mouvement de la masse dans le sismo-LINES

Le sismomètre développé dans le cadre du projet LINES est construit sur la base d'un axe unidimensionnel du sismomètre L22 de Sercel (Mark Products) (figure 4.1a). Pour former la cavité Fabry-Pérot, un miroir est collé sur la bobine mobile autour du noyau fixe comme le montre la figure 4.1b. Ainsi, un montage mécanique adapté a été conçu pour que le miroir puisse être visible par un collimateur.

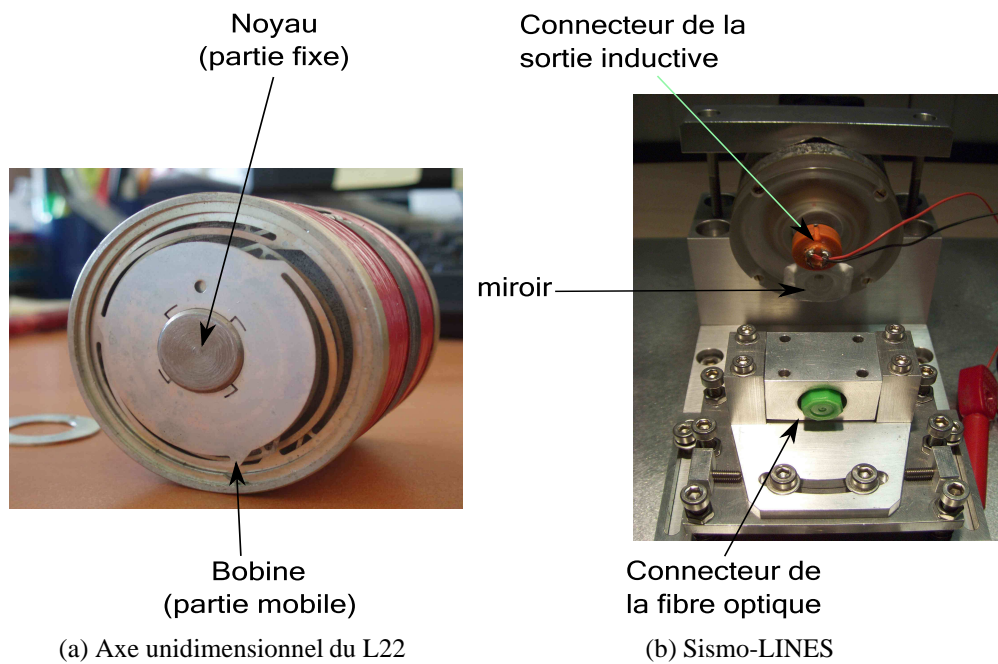


FIG. 4.1: (a): Système bobine-noyau L22 de Sercel. La bobine joue en même temps le rôle d'un ressort et d'une masse oscillante tandis que le noyau, fixe dans son repère, exerce une force de rappel. (b): Le système (a) monté dans un bâti conçu pour intégrer une cavité Fabry-Pérot. Un miroir, collé à la bobine, est visible par le collimateur (protégé par le bouchon en vert), tous les deux forment ensemble la cavité FP. La sortie inductive peut servir de contremesure si besoin.

Un mouvement  $X(t)$  du sol entraîne un mouvement du bâti, puis un mouvement relatif  $d(t)$  entre le miroir et le collimateur comme le montre la figure 4.2. Ce mouvement est dû à trois forces :

- une force de rappel  $T_R = -k_{L22}d$ , où  $k_{L22}$  est la constante de raideur du ressort.
- une force d'amortissement  $F_{L22} = -\mu_{L22}\dot{d}$  due au frottement de l'air ou à des forces magnétiques.

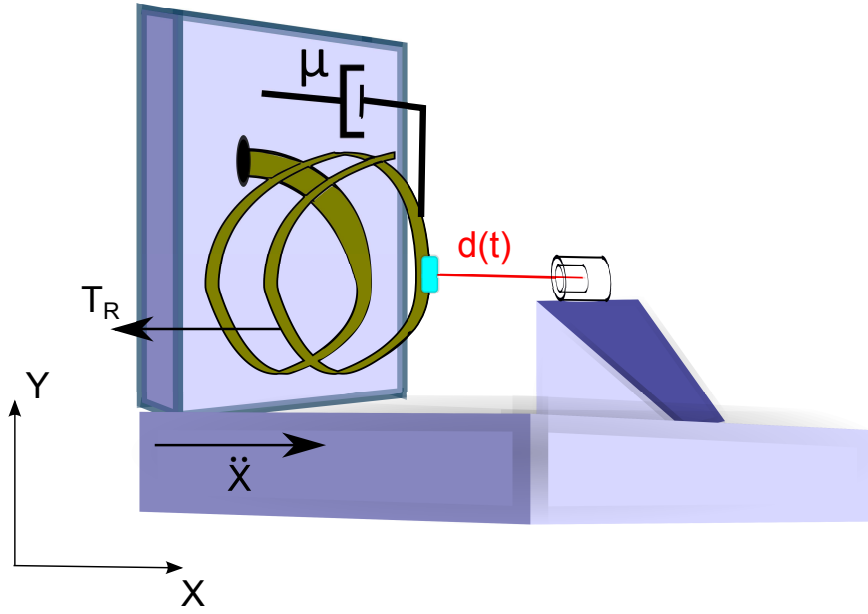


FIG. 4.2: Dessin simplifié du système masse-ressort employé dans le sismo-LINES.

- une force d’inertie d’entraînement  $m_{L22}\ddot{X}$  appliquée à la masse  $m_{L22}$  du ressort et causée par le mouvement du référentiel. Elle joue le rôle d’une force excitatrice.

Appliquons le principe fondamental de la dynamique à la masse  $m_{L22}$  :

$$-k_{L22}d - \mu_{L22}\dot{d} + m_{L22}\ddot{X} = m_{L22}\ddot{d}, \quad (4.1)$$

qui s’écrit :

$$\begin{aligned} \ddot{d} + \frac{\mu_{L22}}{m_{L22}}\dot{d} + \frac{k_{L22}}{m_{L22}}d &= \ddot{X} \\ \ddot{d} + 2\xi_{L22}\Omega_{L22}\dot{d} + \Omega_{L22}^2d &= \ddot{X}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

où  $\Omega_{L22} = \sqrt{\frac{k_{L22}}{m_{L22}}}$  est la pulsation propre et  $\xi_{L22} = \frac{1}{2}\frac{\mu_{L22}}{\sqrt{k_{L22}m_{L22}}}$  est le facteur d’amortissement du système masse ressort. La figure 4.3 présente les caractéristiques du sismomètre L22 mono axial utilisé pour la construction du sismo-LINES.

Alors que la sortie de la mesure inductive du mouvement de la masse du L22 est limitée à la détection de la vitesse, le sismo-LINES délivre quant à lui une mesure du déplacement de la masse grâce au capteur de l’interférométrie laser, l’EFFPI. Pour évaluer les performances du capteur EFFPI loin de toute perturbation électrique, l’amortissement inductif n’est pas activé. Cependant, la viscosité de l’air entraîne un amortissement sous critique du mouvement ( $\xi_{L22} = 0.46$ ).

Les amplitudes et les fréquences du mouvement de la bobine déterminent les spécifications des systèmes d’acquisition et de traitement. Vu que le signal interférométrique et les signaux en quadrature de phase sont des signaux modulés en phase, la règle qui permet d’évaluer la largeur de bande des signaux est celle énoncée en 1922 par l’ingénieur John R. Carson [Carson, 1922].

Marque	Sercel
Type	L22UD
Fréquence propre	2 Hz
Résistance de la bobine	8800 ohm
Résistance Shunt	34666 ohm
Sensibilité	151 V/m/s
Amortissement à circuit ouvert	0.46
Amortissement avec charge électrique	0.7

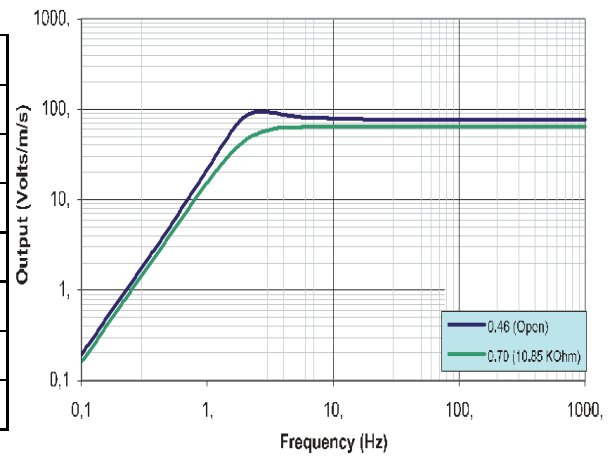


FIG. 4.3: Caractéristiques du sismomètre original utilisé pour la construction du sismo-LINES et sa réponse fréquentielle en vitesse.

### 4.3 Règle de Carson

Reprenons dans ce paragraphe le modèle du signal de sortie de la photo diode (1.9) :

$$s(t) = K(t) [1 + C \cos[2\pi d_r(t) + 2\pi m_1(t) + 2\pi m_2(t)]] . \quad (4.3)$$

Ce signal est modulé en fréquence par deux composantes possédant chacune un rôle bien particulier. La fréquence HF  $F_{m_2}$  a la fonction de répartir autour de ses harmoniques des signaux en quadrature de phase, tandis que le rôle de la fréquence BF  $F_{m_1}$  est d'ajouter à la phase un déplacement fictif  $m_1(t)$  qui assure une courbe de Lissajous suffisante pour une bonne estimation de ses paramètres. Lors de la démodulation synchrone du signal  $s(t)$ , des filtres passe-bas de fréquence de coupure  $F_{cm}$  sont nécessaires pour isoler les signaux en quadrature de phase autour des harmoniques. Considérons le signal autour de la première harmonique  $F_{m_2}$ , ramené à la fréquence nulle, et filtré par un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $F_{cm}$ . Une écriture de ce signal non perturbé par la modulation d'amplitude est :

$$I_m(t) = I_u \sin(2\pi x_2(t)) , \quad (4.4)$$

avec  $x_2(t) = m_1(t) + d_r(t)$ . Pour une première approche, la cavité Fabry-Pérot ne subit aucune déformation. L'équation (4.4) peut être écrite dans ce cas :

$$I_m(t) = I_u \cos[2\pi M_{0_1} \sin(2\pi F_{m_1}(t) + \phi_{m_1}) + \phi_{I_m}] . \quad (4.5)$$

La règle de Carson permet d'évaluer la largeur de bande passante du signal  $I_m(t)$  modulé en fréquence pour bien choisir la fréquence de coupure du filtre passe-bas et la fréquence d'échantillonnage nécessaire. Selon cette loi, 98% de la puissance de  $I_m(t)$  est contenue dans la bande de fréquence :

$$B_{98\%} = \{F / |F| \leq (2\pi M_{0_1} + 1)F_{m_1}\} . \quad (4.6)$$



Par suite la fréquence de coupure des filtres utilisés pour isoler le signal  $I_m(t)$  des autres signaux sur les autres harmoniques de  $F_{m_2}$  (voir la figure 1.2 et la figure 1.5) doit vérifier :

$$F_{c_m} \geq (2\pi M_{0_1} + 1)F_{m_1}. \quad (4.7)$$

Par conséquent, la fréquence  $F_{m_2}$  utilisée doit être plus élevée que  $F_{c_m}$ . D'autre part, en supposant que l'électronique joue le rôle d'un bon filtre anti repliement, la fréquence d'échantillonnage du signal  $I_m(t)$  doit vérifier :

$$F_{e_m} \geq 5(2\pi M_{0_1} + 1)F_{m_1}. \quad (4.8)$$

Lors du mouvement de la cible, la bande de Carson, la fréquence de coupure des filtres et la fréquence d'échantillonnage de  $I_m(t)$  sont conditionnées par l'amplitude et la fréquence du mouvement en plus de l'amplitude et la fréquence de la modulation BF. La règle de Carson n'a été déterminée que dans le cas des modulations sinusoïdales. Cependant, le mouvement de la masse oscillante du sismomètre lors des passages des ondes sismiques est plus complexe qu'un simple signal sinusoïdal. Néanmoins, des exemples de simulation du mouvement du sol lors du passage des ondes sismiques peuvent être utiles pour prévoir, d'une façon très grossière, la norme maximale du déplacement de la bobine du sismo-LINES  $d_{crete}$  et la bande passante  $F_d$ . Dans ce modèle très simplifié, dans lequel le déplacement est considéré comme sinusoïdal, les fréquences de coupure des filtres passe-bas et d'échantillonnage exigées par la règle de Carson sont :

$$\begin{aligned} F_{c_{min}} &= (2\pi \frac{d_{crete}}{\lambda_0/2} + 1)F_d, \text{ et} \\ F_{e_{min}} &= 5(2\pi \frac{d_{crete}}{\lambda_0/2} + 1)F_d. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Pour prévoir, quantitativement, la nature des oscillations du miroir lors des séismes, une simulation du mouvement du sol par le modèle de David Boore [Boore, 2003] est utile. La section suivante présente cette méthode, montre des résultats de simulation pour des mouvements réalistes du sol lors d'un séisme et évalue les contraintes que ces déplacements non stationnaires imposent à la règle de Carson.

## 4.4 Application de la loi de Carson pour des déplacements simulés par la méthode stochastique de Boore

Le modèle de David Boore, souvent appelé « méthode stochastique », est particulièrement utile pour simuler les mouvements du sol de fréquence supérieure à 0.1 Hz provoqués par des séismes. La méthode stochastique est établie sur la connaissance spectrale de trois facteurs influant sur les mouvements du sol : la source du tremblement de terre  $\mathcal{E}$ , la projection du chemin d'accès  $\mathcal{P}$  et le

site  $\mathcal{G}$ , en plus de la réponse de l'instrument de mesure  $\mathcal{I}$ . La transformée de Fourier du système est donnée par :

$$\mathcal{Y}(\mathcal{M}_0, \mathcal{R}, F) = \mathcal{E}(\mathcal{M}_0, F) \cdot \mathcal{P}(\mathcal{R}, F) \cdot \mathcal{G}(F) \cdot \mathcal{I}(F), \quad (4.10)$$

où  $\mathcal{M}_0$  est le moment sismique,  $\mathcal{R}$  est la longueur du trajet, et  $F$  la fréquence. La transformée de Laplace de la réponse en déplacement de la masse du sismomètre déduite de l'équation (4.2) s'écrit :

$$\mathcal{I}(s) = \frac{\gamma_{L22} s^2}{s^2 + 2\xi_{L22} \Omega_{L22} s + \Omega_{L22}^2}. \quad (4.11)$$

La figure 4.4 est un exemple de la réaction du sismomètre à un séisme de magnitude 5 distant de 10km, quand l'axe de la bobine est de même direction que celle du mouvement. Avec les déplacements de 2.5 mm simulés, nous ne sommes pas loin de la saturation dynamique de l'instrument.

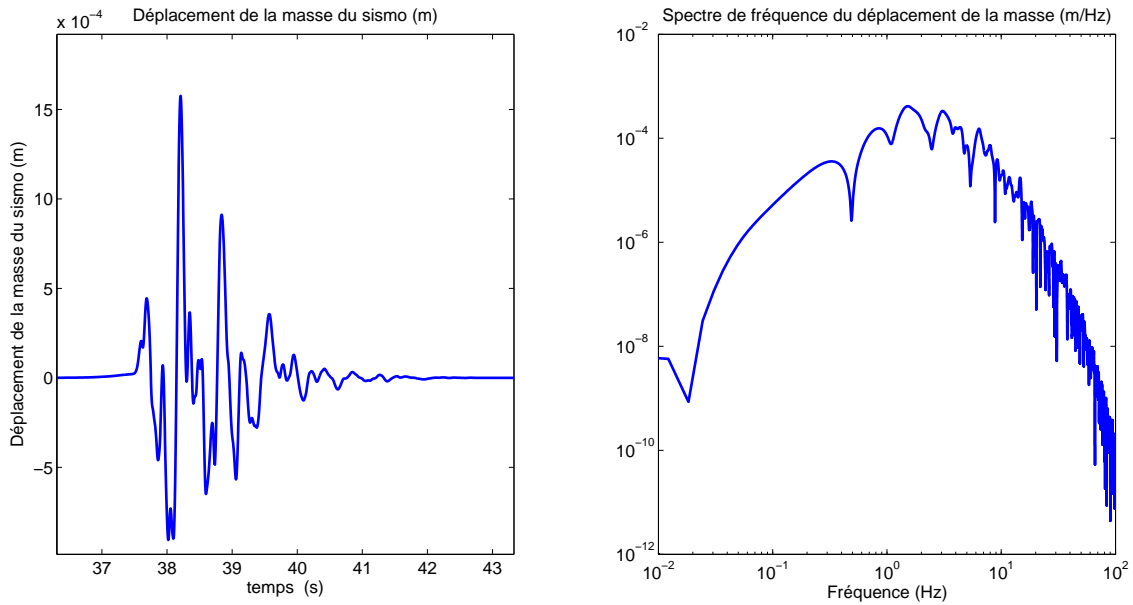


FIG. 4.4: Simulation par le modèle de Boore de la réaction d'un sismomètre Sercel  $L_{22}$  à un séisme de magnitude 5 et distant de 10 km.

#### 4.4.1 Choix des caractéristiques du système de traitement des signaux sinusoïdaux correspondant à différents séismes simulés par la méthode stochastique en respectant la règle de Carson

Grâce aux ordres de grandeur (de bande de fréquence et de déplacement crête de la bobine) déduits à l'aide de la méthode stochastique, on peut évaluer le comportement du capteur LINES en

mode sinusoïdal. Le schéma bloc figure 4.5 illustre cette procédure. Le tableau 4.1 donne quelques exemples des configurations nécessaires dans l'algorithme d'acquisition et de traitement pour des déplacements sinusoïdaux de la bobine avec des ordres de grandeur déduits des simulations des mouvements du sol par la méthode stochastique. La forme elliptique de la courbe de Lissajous est un indice du bon choix des fréquences de modulation (BF et HF), de la fréquence de coupure du filtre passe-bas de démodulation et de la fréquence d'échantillonnage. Pour diminuer les degrés de liberté de notre système, nous fixons la fréquence de modulation BF ( $F_{m_1}$ ) et la fréquence de modulation HF ( $F_{m_2}$ ) à 500Hz et 25000Hz respectivement.

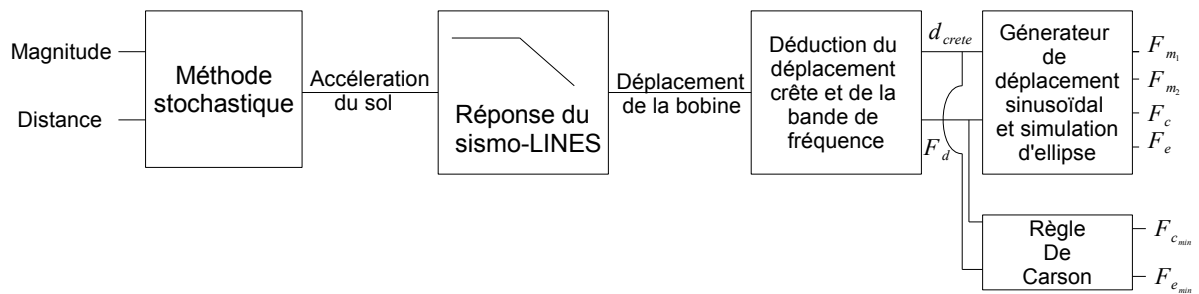


FIG. 4.5: Procédure de validation du choix des paramètres d'acquisition et de traitement des déplacements sinusoïdaux de la bobine à l'aide de la règle de Carson.

La première ligne du tableau qui correspond au séisme de magnitude 5 éloigné de 10km du point de mesure, montre que la fréquence de coupure exigée par la règle de Carson est 300kHz. Cette valeur exigée demande l'augmentation de la fréquence  $F_{m_2}$  à une valeur minimale de  $2 * 3 \cdot 10^5$  Hz non supportée par la DL.

Les valeurs simulées correspondant au séisme de magnitude 3 localisé comme précédemment, montrent que la  $F_{c_{min}}$  exigée par Carson est plus petite que  $F_{c_m}$  du filtre passe-bas utilisé (7500Hz dans la deuxième ligne). Néanmoins, l'épaisseur apparente de l'ellipse est un critère d'insuffisance de  $F_{c_m}$ . Ainsi pour une fréquence de coupure un peu plus grande que celle exigée par Carson (ligne 3), l'épaisseur de l'ellipse devient plus faible ce qui conduit à une estimation de phase moins bruitée.

Les ordres de grandeur des déplacements sinusoïdaux correspondant à un séisme de magnitude 4, à une distance de 50km du point de mesure simulé par la méthode stochastique de Boore, induisent une fréquence de coupure exigée par la règle de Carson de 7000 Hz. Nous remarquons toujours que cette  $F_{c_{min}}$  n'est toujours pas suffisante pour former une ellipse non bruitée. Néanmoins, une fréquence de coupure  $2 * F_{c_{min}}$  devient proche de la valeur  $F_{m_2}$ , ce qui fait craindre que le spectre de fréquence autour de l'harmonique  $2 * F_{m_2}$  interfère avec celui centré sur  $F_{m_2}$ . Une valeur de  $F_{m_2}$  un peu plus élevée est donc souhaitée.

Le séisme de magnitude 5 distant de 300km du milieu de mesure est un cas idéal où les ordres de grandeurs simulés par la méthode stochastique sont totalement abordables avec les valeurs de

fréquence de coupure utilisées.

Le cas du séisme de magnitude 7 rejoint celui du séisme de magnitude 3 distant de 10km.

#### 4.4.2 Limitation de la règle de Carson pour les signaux non sinusoïdaux

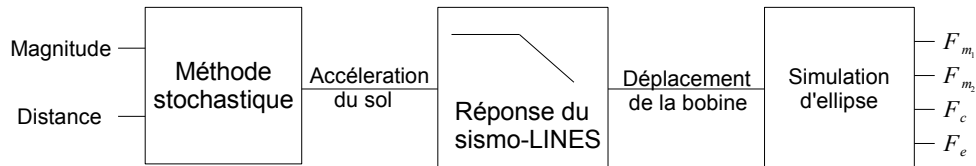
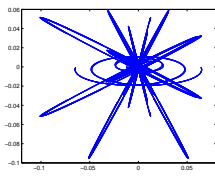
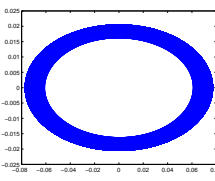
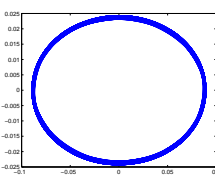
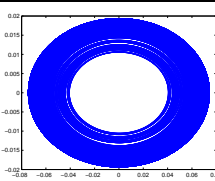
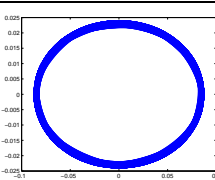
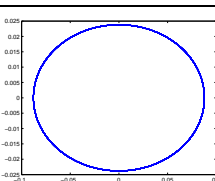
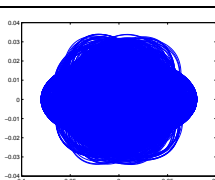


FIG. 4.6: Procédure de validation du choix des paramètres d'acquisition et de traitement des déplacements de la bobine suite à un séisme simulé par la méthode stochastique de David Boore.

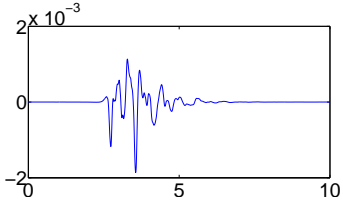
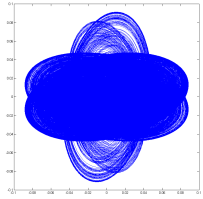
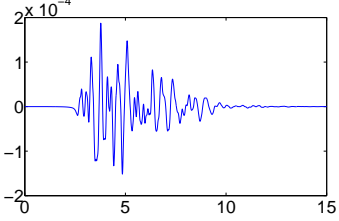
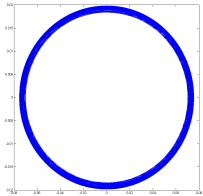
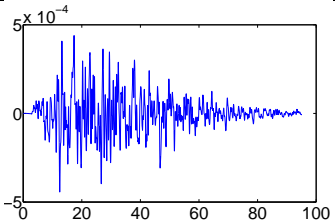
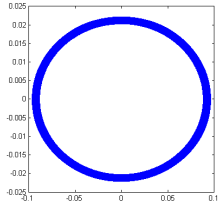
La méthode de Carson est applicable pour des signaux en modulation sinusoïdale de la fréquence. Cependant, le déplacement de la bobine suite aux séismes est loin d'être sinusoïdal. En simulant les ellipses déduites du mouvement de la bobine suite au mouvement du sol modélisé par la méthode stochastique de Boore pour différents séismes (figure 4.6), nous constatons que les fréquences de coupure et de modulation sont suffisantes pour des séismes de différentes magnitudes et distances comme le montre le tableau 4.2. Ce tableau donne une idée des séismes pouvant être correctement détectés par le sismo-LINES utilisant comme fréquence de modulation BF  $F_{m_1} = 500\text{Hz}$ , comme fréquence de modulation HF  $F_{m_2} = 25\text{kHz}$ , comme fréquence de coupure des filtres  $F_{c_m} = 7500\text{Hz}$  et comme fréquence d'échantillonnage  $F_{e_m} = 1\text{MHz}$ .

Cependant, la méthode stochastique qui nous a servi à déterminer les ordres de grandeurs du mouvement du sol qui nous intéresse, reste toujours approximative. En effet, le modèle de David Boore considère que la source du séisme est ponctuelle alors que la faille a une dimension finie et parfois très grande (pour les grandes magnitudes). Néanmoins, ce modèle donne des estimations acceptables jusqu'à des magnitudes 7 des séismes si la station de mesure n'est pas trop proche. Des publications récemment apparues [Ruiz. et al., 2011] proposent des modèles plus réalistes du mouvement du sol lors du passage des ondes sismiques.

Le but de cette section du chapitre était d'examiner les caractéristiques du système d'acquisition et de traitement nécessaires pour estimer correctement le déplacement de la bobine du sismo-LINES. Toutefois, pour tirer profit des performances du capteur de déplacement optique et de sa bande passante, les fréquences de modulation, de coupure des filtres et d'échantillonnage doivent être assez élevées ( $F_{m_1} = 1\text{kHz}$ ,  $F_{m_2} = 200\text{kHz}$ ,  $F_{e_m} = 2\text{MHz}$ ,  $F_{c_m} = 80\text{kHz}$ ) pour étudier les très hautes fréquences créées lors du passage des ondes sismiques. Des premières mesures ont été effectuées au laboratoire souterrain à bas-bruit (LSBB) de Rustrel. La section suivante présente quelques observations sismiques mesurées par le sismo-LINES et détectées dans ce laboratoire.

Magn	Dist (km)	$d_{crete}(m)$	$F_d(Hz)$	$F_{cmin}(Hz)$	$F_{emin}(Hz)$	$F_{cm}(Hz)$	$F_{em}(Hz)$	Lissajous
5	10	$1.5 \cdot 10^{-3}$	20	$3 \cdot 10^5$	$1.5 \cdot 10^6$	7500	$10^6$	
3	10	$3 \cdot 10^{-5}$	20	5800	$2.8 \cdot 10^4$	7500	$10^6$	
3	10	$3 \cdot 10^{-5}$	20	5800	$2.8 \cdot 10^4$	11000	$10^6$	
4	50	$3.5 \cdot 10^{-5}$	20	7000	$3.4 \cdot 10^4$	7500	$10^6$	
4	50	$3.5 \cdot 10^{-5}$	20	7000	$3.4 \cdot 10^4$	11000	$10^6$	
5	300	$8 \cdot 10^{-6}$	10	777	$3.8 \cdot 10^3$	7500	$10^6$	
7	300	$1.5 \cdot 10^{-4}$	10	$1.4 \cdot 10^4$	$7 \cdot 10^4$	7500	$10^6$	

TAB. 4.1: Recherche des caractéristiques optimales de l'algorithme du traitement du déplacement sinusoïdal simulé de la bobine. Les ordres de grandeurs sont déduits de la méthode stochastique de modélisation du mouvement du sol lors du passage des ondes sismiques. « Magn » et « Dist » sont respectivement la magnitude du séisme généré et la distance de son épicerne au point de mesure.

Magn	Dist (km)	$F_{cm}(Hz)$	$F_{em}(Hz)$	Déplacement bobine (m)	Lissajous
5	10	7500	$10^6$		
5	50	7500	$10^6$		
8	300	7500	$10^6$		

TAB. 4.2: Recherche des caractéristiques optimales de l'algorithme de traitement du déplacement simulé de la bobine, calculé avec la méthode stochastique de modélisation du mouvement du sol lors du passage des ondes sismiques.

## 4.5 Détection des ondes sismiques par le sismo-LINES au LSBB

Depuis début juillet 2012, le sismo-LINES effectue des mesures dans la même pièce où se trouvent l'IF-LINES et le Lily comme le montre le plan de la galerie anti-souffle au LSBB (figure 3.2). Pendant son installation, il a été orienté dans la direction nord. À quelques mètres du sismo-LINES, dans une pièce voisine dans le fond du tunnel anti-souffle, un sismomètre STS2 [Streckeisen, 1995] a été installé.

Le sismomètre STS2 a une fréquence de coupure de 0.008 Hz. La comparaison du sismo-LINES en déplacement se fait avec la première dérivée de la composante Nord mesurée par le STS2 (proportionnelle à l'accélération du sol), vu que le sismo-LINES se comporte comme un filtre passe-bas de l'accélération du sol jusqu'à sa fréquence propre 2 Hz. Ainsi, la comparaison entre la mesure de déplacement de la bobine du sismo-LINES et l'accélération du sol déduite des mesures du STS2 est surtout valable dans la bande de fréquence [0.008 Hz, 2 Hz].

Comme nous l'avons déjà signalé en introduction, une analyse en profondeur des qualités des deux instruments sort du cadre de cette thèse, et nous nous contentons ici d'évaluer le comportement du sismo-LINES par une observation des signaux détectés après le téléseisme du Philippines (Magnitude = 7.6, 88 km à l'Est de Sulangan, 31/08/2012 12:47 UTC). La figure 4.7 montre la com-

paraison temporelle du déplacement de la bobine du sismo-LINES à l'accélération de la masse du STS2 lors du passage des ondes sismiques. La figure 4.8 présente une analyse temps fréquence de ces deux signaux. Pour terminer, la figure 4.9 donne les densités spectrales d'énergie. Avant traitement, les données ont été filtrées par un filtre passe-haut de Butterworth d'ordre 3 de fréquence de coupure 0.005 Hz pour éliminer les dérives lentes. Toutefois, une observation des séismes proches offre une meilleure qualification de la performance du sismo-LINES dans les hautes fréquences.

## 4.6 Conclusion

Le sismomètre développé au sein du projet LINES est construit sur la base mécanique d'un sismomètre L22 de Sercel dont la structure a été modifiée de façon à créer une cavité Fabry-Pérot permettant de bénéficier des avantages que lui offre le capteur de déplacement EFFPI-LINES (e.g. la mesure du déplacement de la bobine qui remplace la mesure de sa vitesse dans le L22, l'utilité des fibres optiques pour éliminer les problèmes de CEM, une large bande-passante). Les résultats de mesure des télé-séismes par le sismo-LINES sont assez proches de ceux qui ont été obtenus par un sismomètre STS2 installé à quelques mètres de notre capteur. Néanmoins, il vaut mieux attendre un séisme régional qui ait de l'énergie entre 1 et 30 Hz pour une meilleure calibration en comparaison avec le STS2.

Une future architecture de ce sismomètre pourra mesurer les trois composantes d'accélération des ondes sismiques.

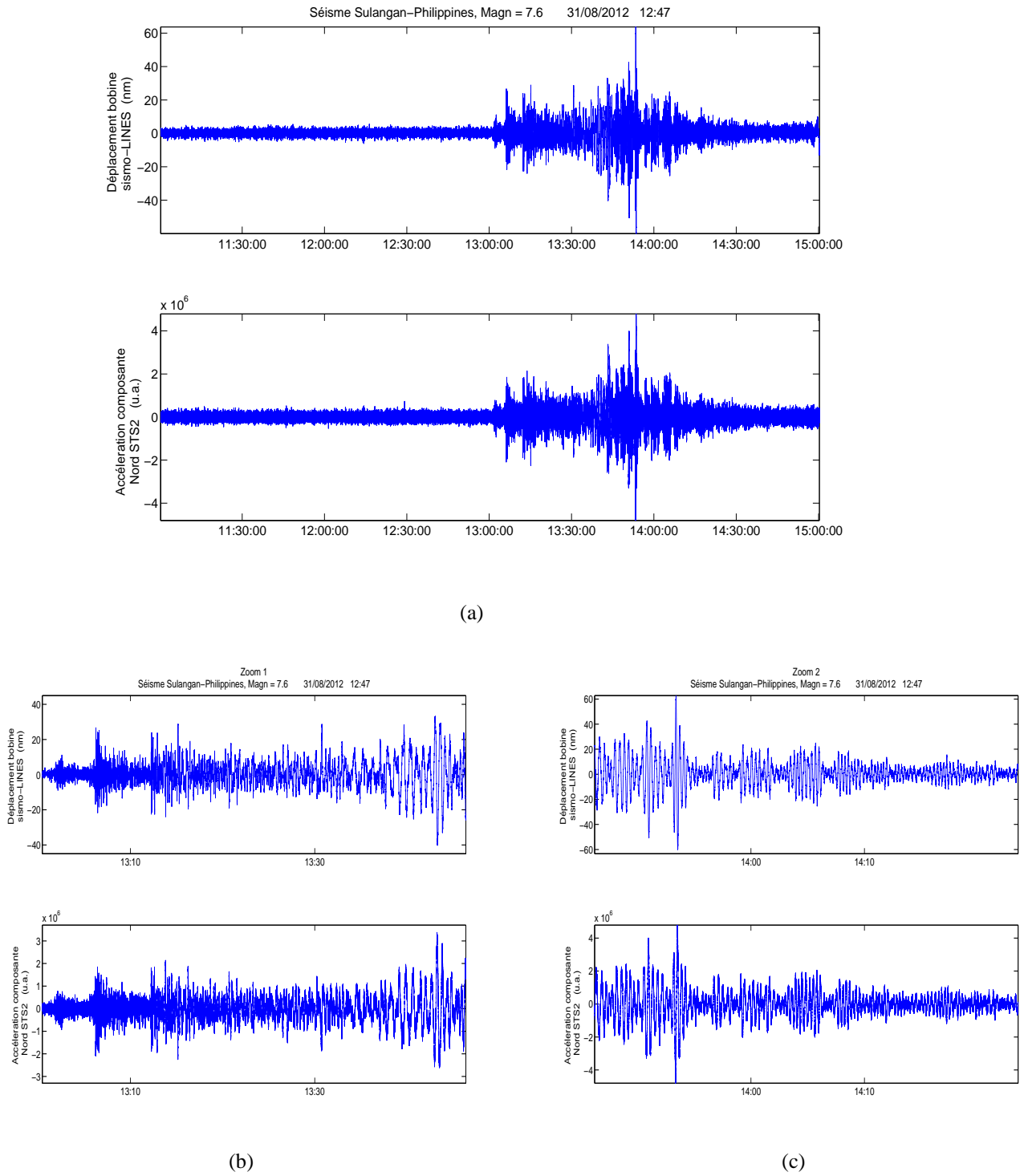


FIG. 4.7: Comparaison du déplacement de la bobine du sismo-LINES (diagramme du haut) à l'accélération de la masse du STS2 (diagramme du bas) pendant le passage des ondes sismiques du télé-séisme du Philippines : (a) pour une durée de 4 heures, (b) pour les premières 40 minutes, (c) pour les 40 minutes suivantes.



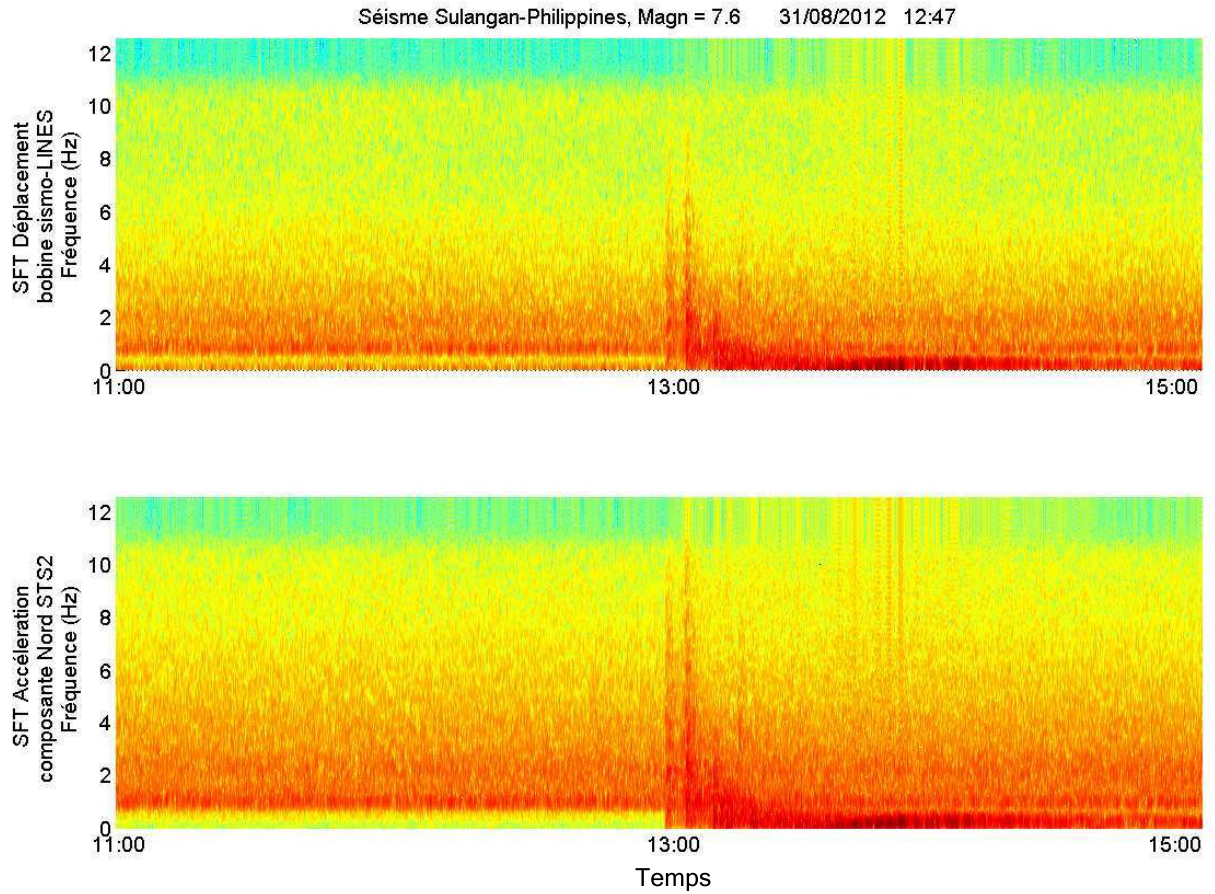


FIG. 4.8: Spectrogramme des signaux de déplacement de la bobine du sismo-LINES (diagramme du haut) et spectrogramme de l'accélération de la masse du STS2 (diagramme du bas) calculés par la transformée de Fourier locale (i.e. transformée de Fourier à courte terme - discrete short time Fourier transform en anglais).

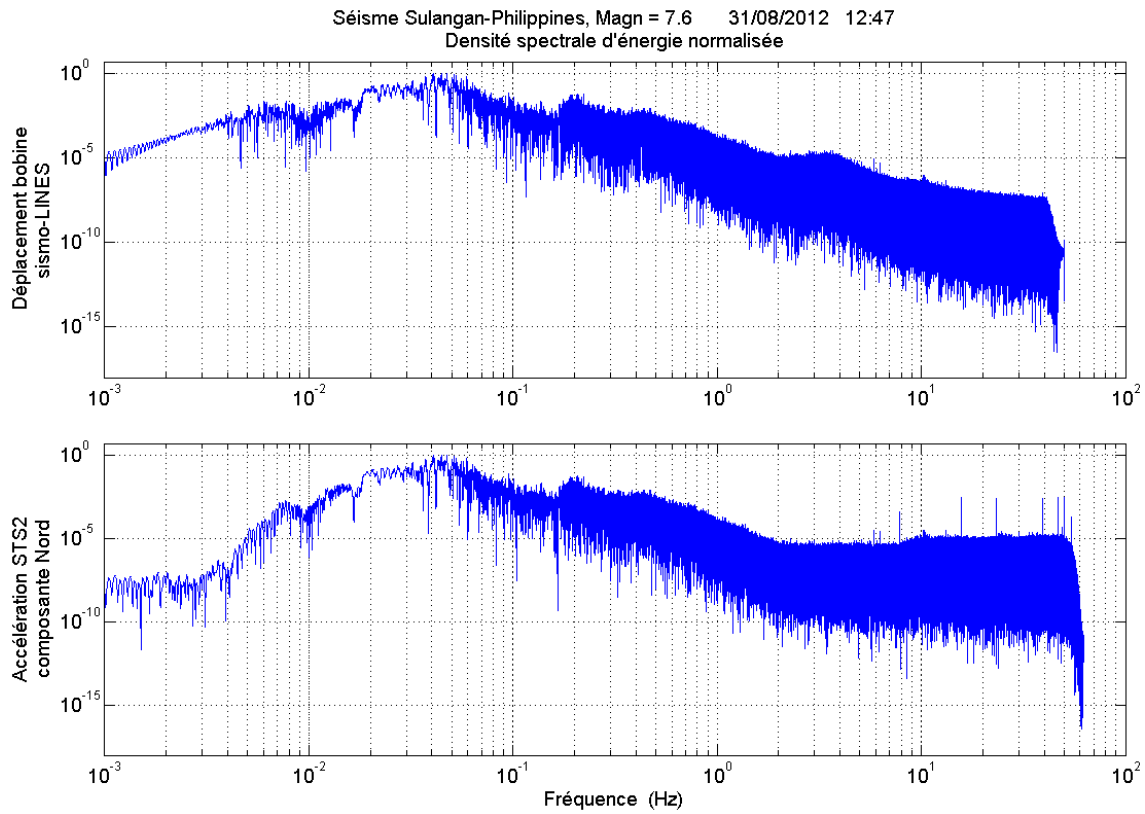


FIG. 4.9: Densité spectrale d'énergie normalisée du déplacement de la bobine du sismo-LINES (diagramme du haut) et densité spectrale d'énergie de l'accélération de la masse du STS2 (diagramme du bas) lors du passage des ondes sismiques. La comparaison des deux densités est valable dans la bande  $[0.008\text{Hz}, 2\text{Hz}]$ .



# Chapitre 5

## Conclusion

### 5.1 Synthèse des travaux

Le présent travail de thèse a été développé dans le cadre du projet ANR-LINES dans lequel plusieurs laboratoires étaient intégrés. Plusieurs domaines de la physique sont représentés dans ce travail ce qui situe cette thèse dans un cadre multidisciplinaire intégrant de l'optique, de la géophysique, de l'instrumentation et du traitement du signal.

Au sein de ce projet, trois instruments géophysiques basés sur un capteur de déplacement interférométrique muni de longues fibres optiques ont été développés dans le but de détecter à terme les phénomènes transitoires de la croûte terrestre et sa déformation très lente. Un effort a été mené pour obtenir

- une simplicité maximale dans les architectures mécaniques de ces instruments,
- un capteur de déplacement abordable,
- un système d'acquisition et de traitement financièrement raisonnable.

De ce fait, le faible coût de l'ensemble permet d'envisager la création de réseaux à grand nombre de capteurs géophysiques. De plus, les longues fibres optiques autorisent une installation de ces capteurs dans des forages et à des profondeurs sismogéniques et maritimes sans nécessiter l'apport d'une source d'énergie à l'endroit de la mesure pour alimenter un capteur et une électronique de conditionnement.

Dans la présente thèse, nous nous sommes intéressés dans un premier temps au développement du capteur interférométrique Fabry-Pérot extrinsèque (EFFPI) pour les mesures de déplacements nanométriques. Un modèle de signal interférométrique a été proposé. Il nous a servi de base pour le développement d'algorithmes de traitement des signaux permettant d'estimer le déplacement. Pour cela, nous avons montré que l'on peut tirer partie de la dépendance de la longueur d'onde d'une diode laser à son courant de polarisation pour obtenir deux signaux en quadrature modulés en phase par le déplacement. Le modèle proposé nous a aussi permis de trouver l'origine des distorsions des figures de phase (courbes de Lissajous) des deux voies en quadrature que l'on peut corriger en

temps réel par un filtre de Kalman adaptatif. La phase est démodulée par la méthode homodyne synchronisée avec la modulation du courant de la diode laser. Ce système a conduit à de très hautes résolutions lors d'expériences réalisées pendant quelques minutes. Cependant, lors des expériences durant plusieurs heures, les variations de température et de pression altèrent le signal de déformation. Pour faire face à ce problème, plusieurs méthodes ont été développées. La première consiste à isoler la diode laser des variations de la température ambiante grâce à un module Peltier et à une modification du montage mécanique de la diode laser. Dans le cas où la conception mécanique de l'instrument qui héberge le capteur optique permet d'installer deux cavités Fabry-Pérot, une mesure différentielle du mouvement peut contribuer à la rectification de l'irrégularité. Enfin, un troisième moyen consiste à mesurer la source des anomalies (température, pression et humidité) et à construire un système de type « boîtes noires » identifiant les opérateurs linéaires de transfert entre ces anomalies et la mesure de déformation. Lorsqu'ils opèrent ensemble, les trois solutions conduisent à des résolutions nanométriques.

Trois instruments géophysiques - un sismomètre mono axial, un inclinomètre hydrostatique à longue-base et un inclinomètre de forage pendulaire - ont été fabriqués ou modifiés pour s'adapter au capteur EFFPI. L'inclinomètre de forage en particulier est conçu pour permettre un suivi en 2D du déplacement d'une masselotte pendulée par une tige en pyrex. Une étude mécanique de ce pendule simple est décrite dans le deuxième chapitre. Elle montre que le pendule peut être considéré comme un filtre coupe bande des inclinaisons du sol avec une fréquence de résonance de 0.6 Hz, et comme une filtre passe-bas (du deuxième ordre) des accélérations du sol. En outre, les spectres de fréquences du mouvement ont révélé un phénomène de vibration de la tige à la fréquence de 12 Hz qui a été identifié comme le premier mode de vibration d'une poutre de type Euler-Bernoulli chargée par la masse.

L'inclinomètre de forage bénéficie d'une mesure différentielle. Le mouvement du pendule est suivi par l'intermédiaire de trois axes optiques orientés de telle façon que la somme des 3 déplacements, dénommée mode commun, s'annule. Néanmoins, durant 4 mois de mesure dans le laboratoire souterrain à bas bruit (LSBB) de Rustrel, une dérive de  $2.5 \mu\text{m}$  est observée sur le mode commun, de même ordre que les déplacements tri axiaux mesurés. Plusieurs hypothèses peuvent être à l'origine de cette dérive : un glissement probable de la couronne qui maintient les collimateurs des axes optiques, une déformation du couplage instrument-roche, l'effet de cavité (une déformation très lente du tunnel qui héberge l'inclinomètre), et/ou des phénomènes saisonniers. De plus, l'effet de la pression atmosphérique est observé sur le mode commun qui a pu être expliqué en utilisant les lois de variation de l'indice de réfraction de l'air en fonction de la température et la pression. Un deuxième intérêt de la mesure différentielle est de permettre une reconstruction du déplacement 2D dans les deux axes Est-Ouest et Nord-Sud, dépourvu de dérive et des effets de la pression, à partir des trois voies optiques.

Pour mieux analyser le comportement du pendule IF-Lines, nous avons installé à proximité un

inclinomètre de forage du type Lily. Bien que le Lily a montré un comportement instable pendant certaines périodes, il reste utile pour comparer les observations des marées. D'autre part, la comparaison avec l'inclinaison lente mesurée par un inclinomètre hydrostatique à proximité, dévoile une plus grande stabilité dans ce dernier que la stabilité de l'inclinomètre de forage. D'autre part, l'IF-LINES a enregistré plusieurs séismes régionaux et téléseismes. Le plus grand de ces séismes était celui de Sumatra (11 avril 2012,  $M = 8.2$ ) qui a excité les modes propres de la terre, bien identifiés par l'analyse des déplacements du pendule.

Un autre instrument qui bénéficie de la mesure de déplacement par l'interféromètre EFFPI est le sismomètre LINES. Il est construit à partir d'un système L22 mono-axial de Sercel mais diffère de ce dernier par le principe de la mesure du déplacement de la masse mobile (par comparaison à la mesure de la vitesse de la masse dans le L22) jusqu'à des très hautes fréquences. Cet appareil est installé au LSBB. Les signaux détectés par ce sismomètre optique sont comparés à ceux mesurés par un sismomètre STS2 à proximité.

## 5.2 Perspectives

À la suite de l'étude actuelle, plusieurs améliorations du dispositif de mesure des déplacements sont envisageables. Afin d'obtenir des précisions du système meilleures pour les mesures de longues durées, un nouveau modèle du signal interférométrique plus global que celui existant, peut être proposé. Il devra mettre en évidence explicitement les phénomènes environnementaux et physiques qui agissent sur les non-linéarités des équations liées à l'optique ( $\lambda_0 = f(T)$ ,  $\lambda = f(t)$ ) et sur la possible évolution de ces non-linéarités au cours du temps. Ainsi, des mesures précises des grandeurs environnementales (température, pression atmosphérique, humidité) seront indispensables dans plusieurs endroits du système. Des capteurs comme les fibres de Bragg offrent l'opportunité d'accéder à tout point d'intérêt et peuvent accompagner les fibres du Fabry-Pérot depuis le sas des diodes laser aux endroits les plus proches de la structure mécanique.

La modélisation des imperfections du système optique est nécessaire pour une bonne résolution du signal issu du sismo-LINES. Nous avons prouvé que la redondance de données, surtout grâce à la mesure différentielle, est capable de corriger ces imperfections. Les mesures du mouvement du pendule de l'IF-LINES dans les axes Nord-Sud et Est-Ouest sont dépourvus de dérive thermique, de pression ou d'autres phénomènes isotropes par nature. Pour vérifier ce résultat et pour déterminer la nature de la mesure lente résiduelle, [Beauducel and Cornet, 1999] et [Agnew, 2007] proposent de mettre plusieurs capteurs en colocation. Lors des premiers essais d'un nouveau modèle d'instrument conçu pour mesurer des phénomènes mal connus, il sera nécessaire d'introduire de la redondance. De ce fait, co-localiser des prototypes d'un même instrument peut être intéressant. Si les instruments sont distants, les résultats des instruments distincts seront naturellement différents et il sera impossible de savoir si ces disparités dans les résultats reflètent les différences dans la concep-

tion ou des différences d'origines géographiques. Une bonne façon pour tester un nouveau modèle d'inclinomètre est ainsi de mettre plusieurs prototypes suffisamment proches pour qu'ils mesurent théoriquement la même déformation.

En tout cas, un suivi de la mesure dans le temps doit être assuré puisque une durée d'enregistrement de 10 ans ou plus peut être nécessaire pour comprendre la nature du mouvement géophysique. Il est donc nécessaire que l'IF-LINES opère dans son forage sans perturbation et sans interruption de l'acquisition. Ceci demande un investissement financier, scientifique et logistique. Comme la transmission des données enregistrées et la modification des systèmes du traitement sont désormais opérationnelles via le réseau internet, l'économie de temps est donc significative.

Par ailleurs, le capteur de déplacement développé dans le cadre de cette thèse et du projet ANR-LINES n'est pas restreint à ces trois instruments. Nous pouvons imaginer un sismomètre tri-axial opérant avec une mesure différentielle par exemple, ou un gravimètre bénéficiant d'une mesure optique par EFFPI. Par ailleurs, des extensomètres profitant du capteur Fabry-pérot existent déjà [Schmidt et al., 2001]. Cependant les techniques de modulation et de démodulation de phase utilisées ne sont pas implémentées pour la mesure en long terme. Le travail présenté dans cette thèse et les algorithmes développés peuvent contribuer à la résolution des problèmes de dérives sur les mesures long terme de ces extensomètres.

# Annexe A

## Rappel des fonctions de Bessel et des expansions Jacobi-Anger

### A.1 Solutions de l'équation différentielle de Bessel

Plusieurs grands hommes de science furent amenés dès le 18ème siècle à étudier mathématiquement l'équation différentielle suivante appelée équation de Bessel :

$$y''(x) + \frac{1}{x}y'(x) + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right)y(x) = 0. \quad (\text{A.1})$$

On supposera ici que  $x > 0$  et  $n \in \mathcal{R}^+$  mais la théorie des équations de Bessel peut être généralisée à  $x \in \mathcal{C}$  et  $n \in \mathcal{C}$ . Comme les coefficients de l'équation différentielle dépendent de  $x$ , on ne peut pas appliquer la résolution habituelle avec les exponentielles.

Le but est de prouver que si  $n$  est un entier relatif, les fonctions de Bessel qui sont les solutions de l'équation de Bessel (A.1) peuvent s'écrire :

$$\forall x \in \mathcal{R}, J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi. \quad (\text{A.2})$$

Les fonctions dérivées d'ordre  $k$  de (A.2) sont :

$$\forall x \in \mathcal{R}, J_n^{(k)}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\delta^k}{\delta x^k} \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi,$$

en particulier pour la dérivée première et la dérivée seconde :

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathcal{R}, J_n'(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin \varphi \sin(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi \\ \text{et, } J_n''(x) &= -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin^2 \varphi \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi. \end{aligned}$$

On calcule  $J_n'$  à l'aide d'une intégration par parties, et l'on obtient :

$$J_n'(x) = \frac{\sin(n\pi)}{\pi} + \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos \varphi (n\varphi - x \cos \varphi) \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi.$$



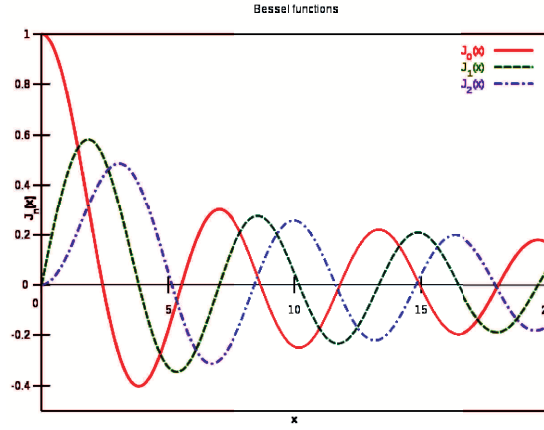


FIG. A.1: Représentation graphique des trois premières fonctions de Bessel

Or  $\sin(n\pi) = 0$  car  $n$  est entier, d'où l'on peut écrire  $J'_n(x) = nA_n(x) - xB_n(x)$  avec

$$A_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos \varphi \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi \quad \text{et} \quad B_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos^2 \varphi \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi.$$

On constate que

$$B_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (1 - \sin^2 \varphi) \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi = J_n(x) + J''_n(x).$$

Pour calculer  $A_n(x)$ , on ajoute et on retranche  $\frac{n}{\pi} \int_0^\pi \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi$  de  $x A_n(x)$  :

$$\begin{aligned} x A_n(x) &= \frac{n}{\pi} \int_0^\pi \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (n - x \cos \varphi) \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi \\ &= n J_n(x) - \frac{1}{\pi} [\sin(n\varphi - x \sin \varphi)]_0^\pi = n J_n(x) - \frac{\sin(n\pi)}{\pi} = n J_n(x). \end{aligned}$$

Finalement

$$x J'_n(x) = n x A_n(x) - x^2 B_n(x) = n^2 J_n(x) - x^2 [J_n(x) + J''_n(x)].$$

Cette dernière équation montre bien que  $J_n$  est solution sur  $\mathcal{R}$  de l'équation différentielle (A.1)

$$x^2 y'' + x y' + (x^2 - n^2) y = 0.$$

## A.2 Développements en séries de Fourier de deux fonctions usuelles

Considérons les applications  $g$  et  $h$  définies de  $\mathcal{R}$  dans lui-même par :

$$\begin{aligned} \forall \varphi \in \mathcal{R} \quad & g(\varphi) = \cos(x \sin \varphi) \\ \text{et} \quad & h(\varphi) = \sin(x \sin \varphi). \end{aligned} \tag{A.3}$$

$g$  et  $h$  sont périodiques de période  $2\pi$ ,  $g$  est paire et  $h$  est impaire. Elles admettent donc les développements respectifs en série de Fourier uniformément convergents sur  $\mathcal{R}$  :

$$\begin{aligned} g(\varphi) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\varphi) \\ h(\varphi) &= \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin(n\varphi), \end{aligned}$$

où les coefficients de Fourier sont donnés par :

$$\begin{aligned}\forall n \in \mathcal{N} \quad a_n &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi g(\varphi) \cos(n\varphi) d\varphi, \text{ et} \\ \forall n \in \mathcal{N}^* \quad b_n &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi h(\varphi) \cos(n\varphi) d\varphi.\end{aligned}$$

Ceci permet d'écrire pour tout n:

$$\begin{aligned}a_n + b_n &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \sin \varphi) \cos(n\varphi) + \sin(x \sin \varphi) \sin(n\varphi) d\varphi \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi \\ a_n - b_n &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \sin \varphi) \cos(n\varphi) - \sin(x \sin \varphi) \sin(n\varphi) d\varphi \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \cos(-n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi.\end{aligned}$$

En comparant avec (A.2) on trouve :  $a_n + b_n = 2J_n(x)$  et  $a_n - b_n = 2J_{-n}(x)$

On conclut pour tout entier n :

$a_n = J_n(x) + J_{-n}(x)$  et  $b_n = J_n(x) - J_{-n}(x)$ , en particulier  $a_0 = 2J_0(x)$ .

Les développements en série de Fourier de g et h deviennent alors :

$$\forall \varphi \in \mathcal{R} \quad \begin{cases} g(\varphi) &= J_0(x) + \sum_{n=1}^{+\infty} [J_n(x) + J_{-n}(x)] \cos(n\varphi) \\ h(\varphi) &= \sum_{n=1}^{+\infty} [J_n(x) - J_{-n}(x)] \sin(n\varphi) \end{cases}$$

et enfin on trouve les équations de l'expansion Jacobi-Anger :

$$\begin{aligned}\cos(x \sin \varphi) &= J_0(x) + 2J_2(x) \cos(2\varphi) + 2J_4(x) \cos(4\varphi) + \dots \\ \sin(x \sin \varphi) &= 2J_1(x) \sin(\varphi) + 2J_3(x) \sin(3\varphi) + 2J_5(x) \sin(5\varphi) + \dots\end{aligned} \tag{A.4}$$



## Annexe B

### Comparaison des inclinomètres du LSBB

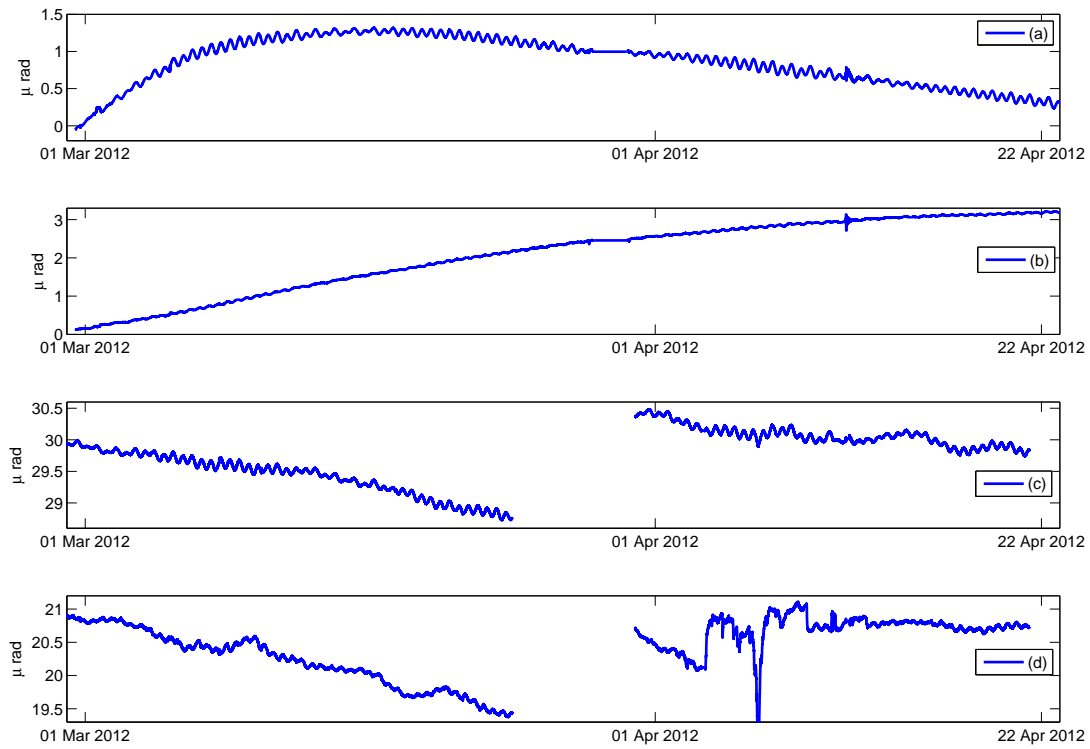


FIG. B.1: Comparaison de la composante très lente mesurée par l'IF-Lines et par le Lily. (a) : Inclinaison Est - Ouest mesuré par l'IF-Lines. (b) : Inclinaison Nord - Sud mesuré par l'IF-Lines. (c) : Inclinaison dans un axe x mesuré par le Lily. (d) : Inclinaison dans un axe y mesuré par le Lily.

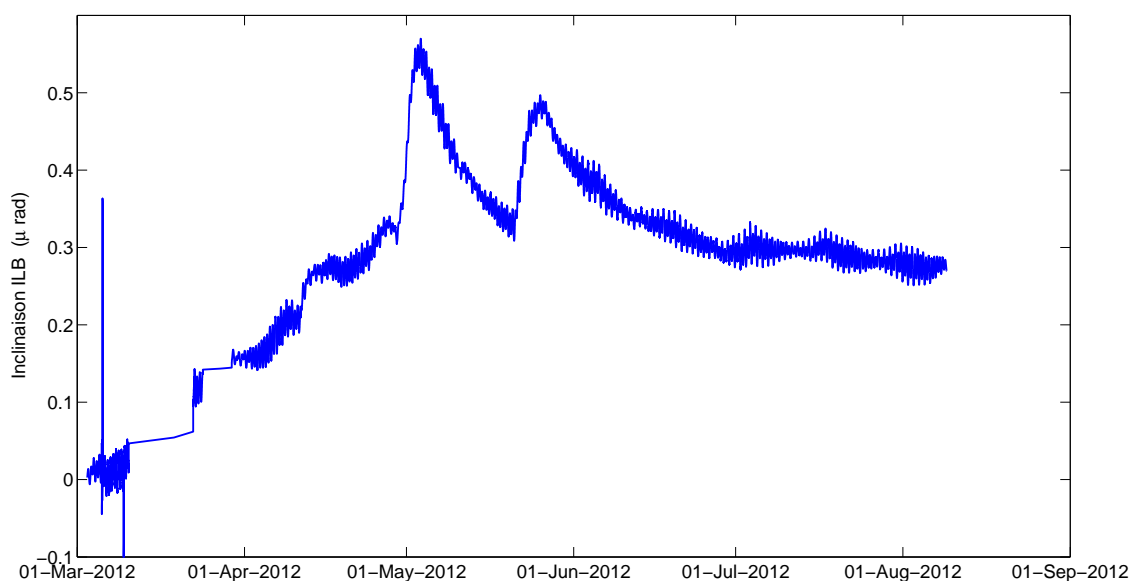
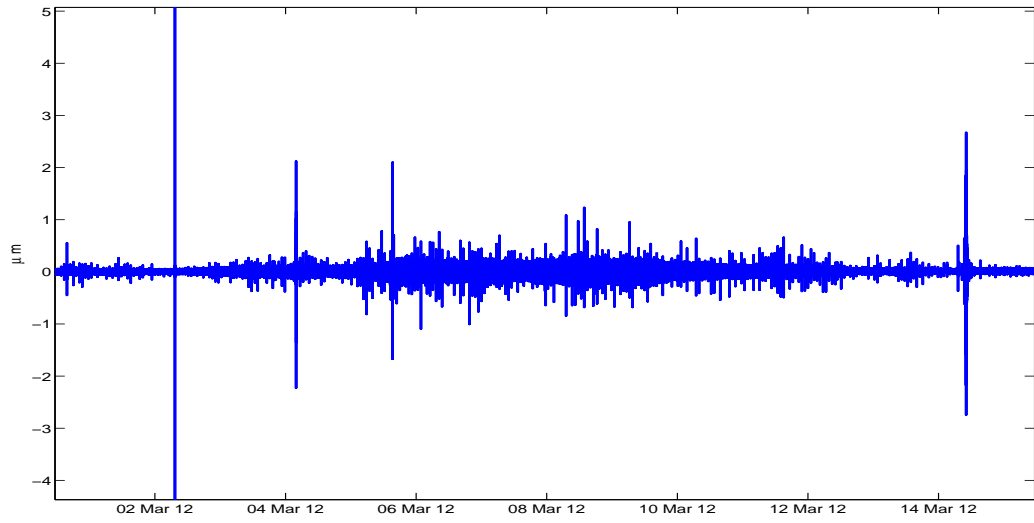


FIG. B.2: Inclinaison mesurée par les capteurs LVDT de l'inclinomètre hydrostatique à longue base. L'azimut de l'axe de mesure est N350E . Durant le premier mois de l'installation, l'acquisition a été arrêtée à deux reprises pour apporter des modifications au système. On note une diminution significative de la dérive pendant le mois de juillet (20 nrad/mois). Les deux pics observés pendant le mois de mai ont été également identifiés dans le déplacement du pendule de l'IF-LINES. Ils sont causés par les fortes précipitations de pluie pendant ce mois.

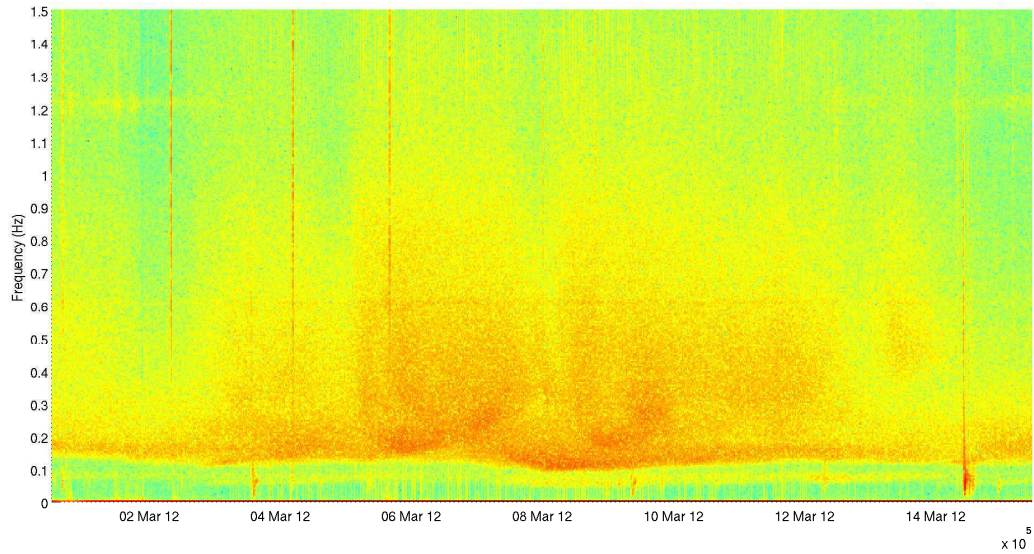
## **Annexe C**

# **Observations semi-mensuelles de l'IF-LINES au LSBB**

Les mesures issues de l'inclinomètre de forage sont riches en informations. Pour pouvoir exploiter le maximum de ces informations, nous avons fragmenté les données en segments de 15 jours, et nous les avons filtrés par le filtre de Wiener qui agit comme un amortisseur virtuel de la résonance (fréquence d'échantillonnage réduite = 10Hz). Ensuite, nous avons affiché la composante Est-Ouest dans les deux domaines temporel et temps-fréquence. Ce dernier peut être utile pour découvrir la nature des excitations qui ont généré le déplacement. La fonction « spectrogram » est un outil de Matlab qui calcule la transformée de Fourier locale discrète (en anglais discrete Short-time Fourier Transform (STFT)) et présente son amplitude en couleur dans un plan où l'axe horizontal représente le temps et l'axe vertical représente la fréquence.

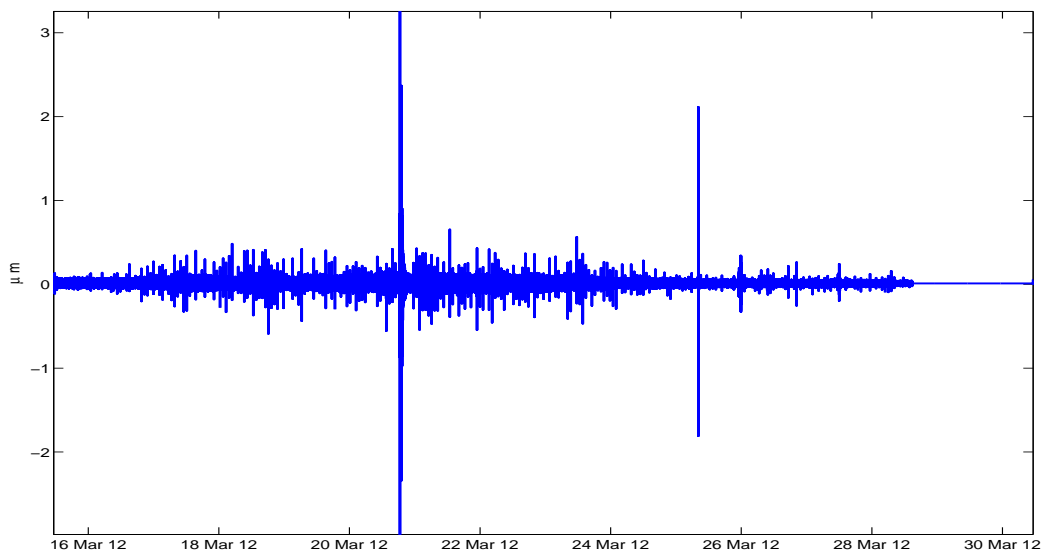


(a) Déplacement EW

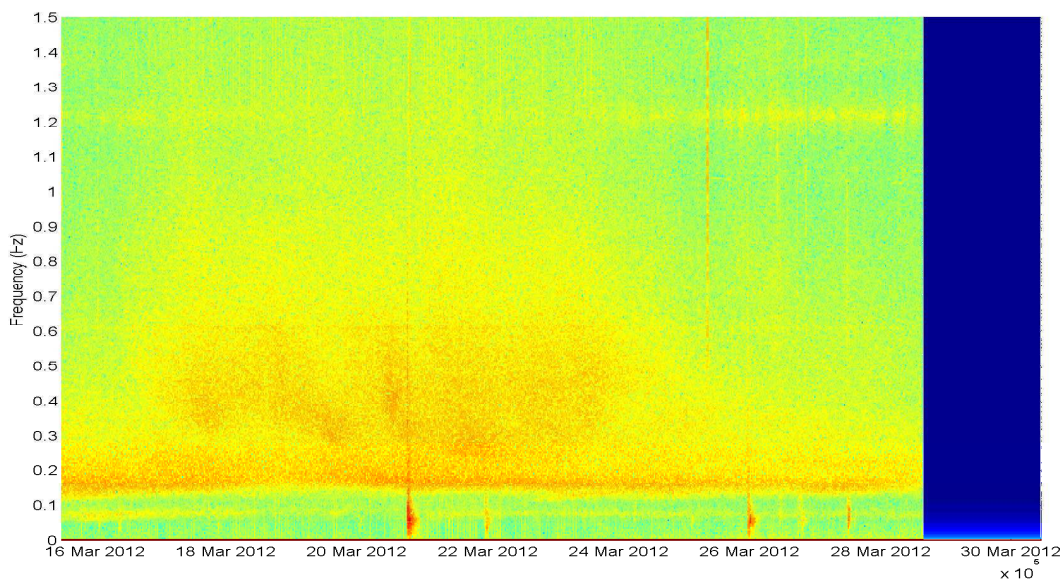


(b) Spectrogramme

FIG. C.1: Pendant les premiers jours de son installation, l'IF-LINES a mesuré plusieurs séismes régionaux de magnitudes moyennes ([02 mars ; Frontière Franco-Italienne ;  $M=4.4$ ], [04 mars ; Méditerranée, Sud Monaco ;  $M=4.8$ ], [05 mars ; Gênes, Italie ;  $M=4.7$ ]) qui ont fait osciller le pendule surtout à des fréquences  $\geq 0.4$  Hz. Deux télé-séismes Calédoniens ([03 mars ; Nouvelle Calédonie ;  $M=6.6$ ], [09 mars ; Nouvelle Calédonie ;  $M=6.7$ ]) sont noyés dans le bruit sismique mais remarquables dans le spectrogramme, ils ont excités les basses fréquences. Un seul séisme a agité les deux bandes de fréquence, c'est celui du Japon [14 mars ; Japon ;  $M=6.9$ ]. Remarquons sur les deux graphes l'augmentation du bruit sismique autour du centre de cette période.



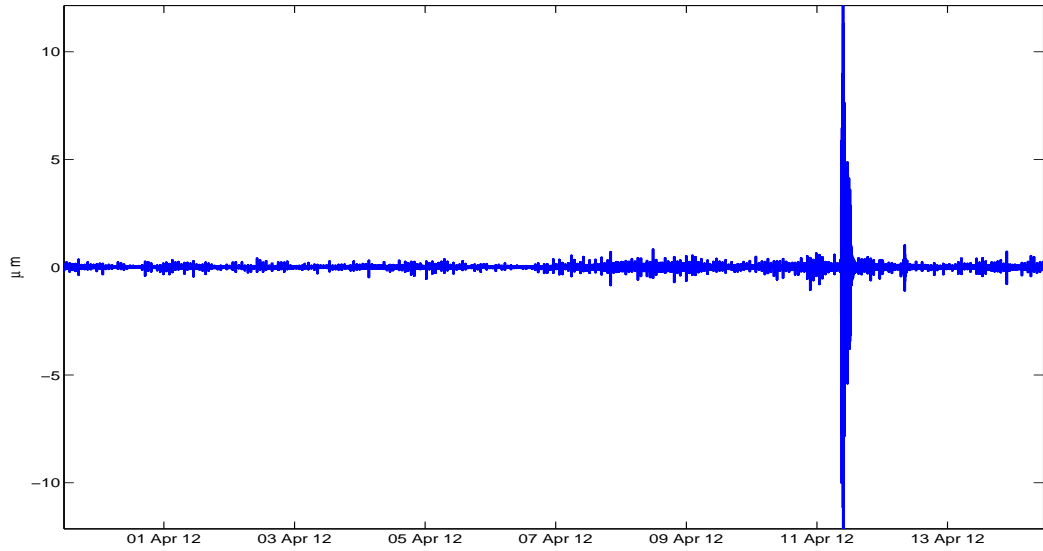
(a) Déplacement EW



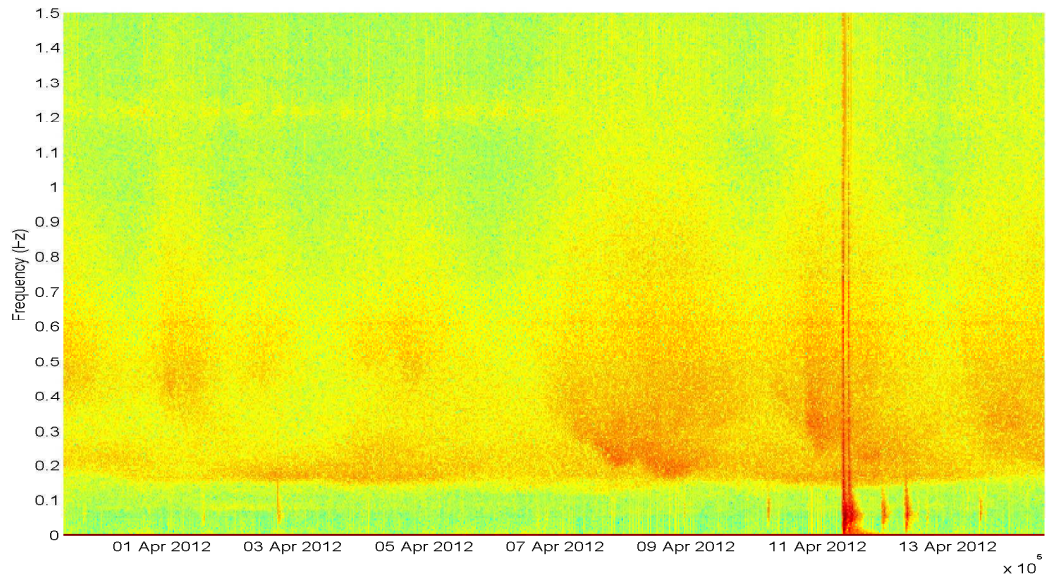
(b) Spectrogramme

FIG. C.2: Cette période a marqué la mesure du premier séisme de magnitude  $M \geq 7$ , il provient du Mexique [20 mars ; Mexique ;  $M=7.4$ ]. Tandis que deux télé-séismes sont noyés dans le bruit sismique ([21 mars ; Papouasie Nouvelle Guinée ;  $M=6.6$ ], [22 mars ; Philippines ;  $M=5.1$ ]), d'autres sont bien visibles sur les deux graphes ([26 mars ; Alaska ;  $M=5.3$ ], [27 mars ; Japon ;  $M=6.1$ ]). Le séisme du 25 mars, apparemment proche, n'était pas identifié. Pendant les deux jours 29 et 30 mars l'acquisition était arrêtée pour tester un autre système d'acquisition.



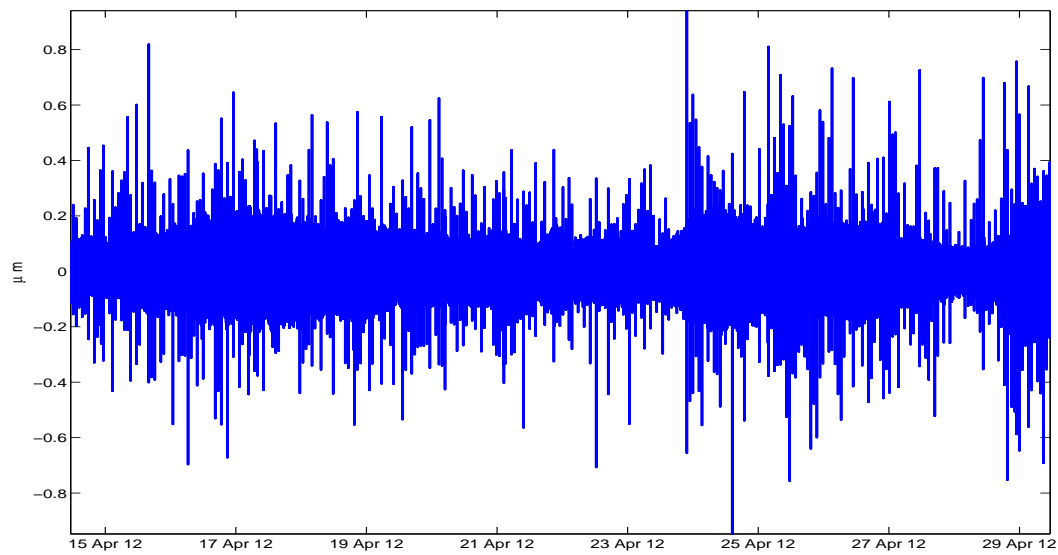


(a) Déplacement EW

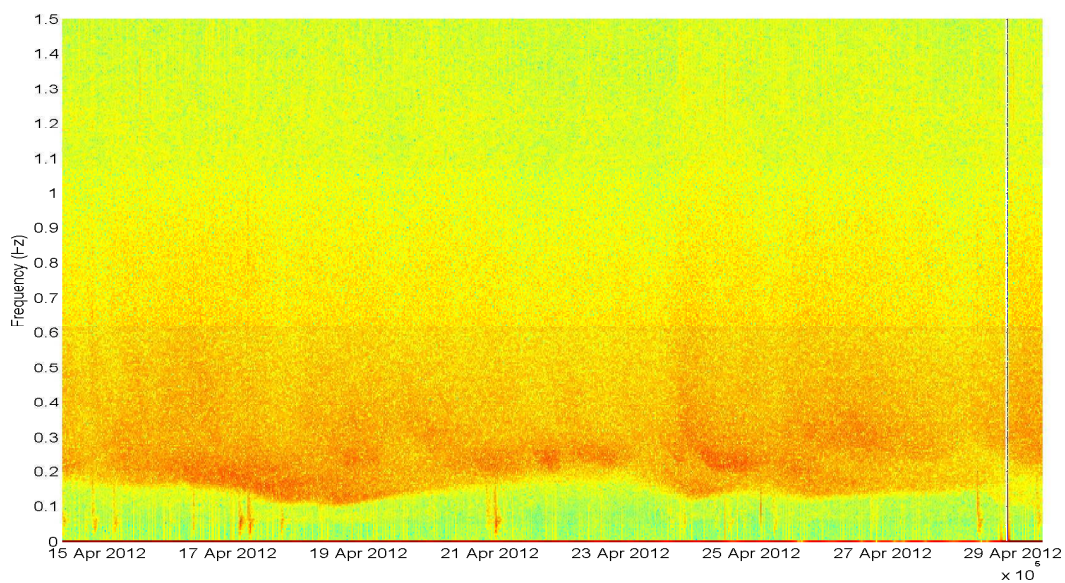


(b) Spectrogramme

FIG. C.3: Le grand séisme de Sumatra [11 avril ; Sumatra ;  $M=8.7$ ], ainsi que sa réplique deux heures plus tard [11 avril ; Sumatra ;  $M=8.2$ ], ont laissé leurs signatures sur les graphes de cette période. Vu leurs grandes magnitudes, les composantes à hautes fréquences ainsi que les composantes basses fréquences subsistent malgré la grande distance du parcours. Les deux télé-séismes qui l'ont suivi proviennent tous les deux du Mexique ([11 avril ,  $M=6.5$ ], [12 avril ,  $M=6.9$ ].)

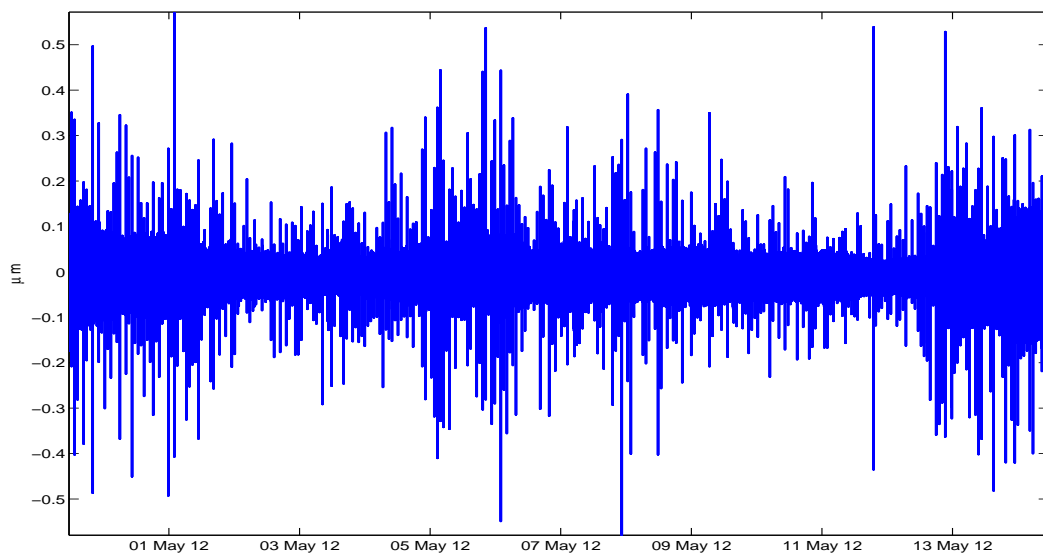


(a) Déplacement EW

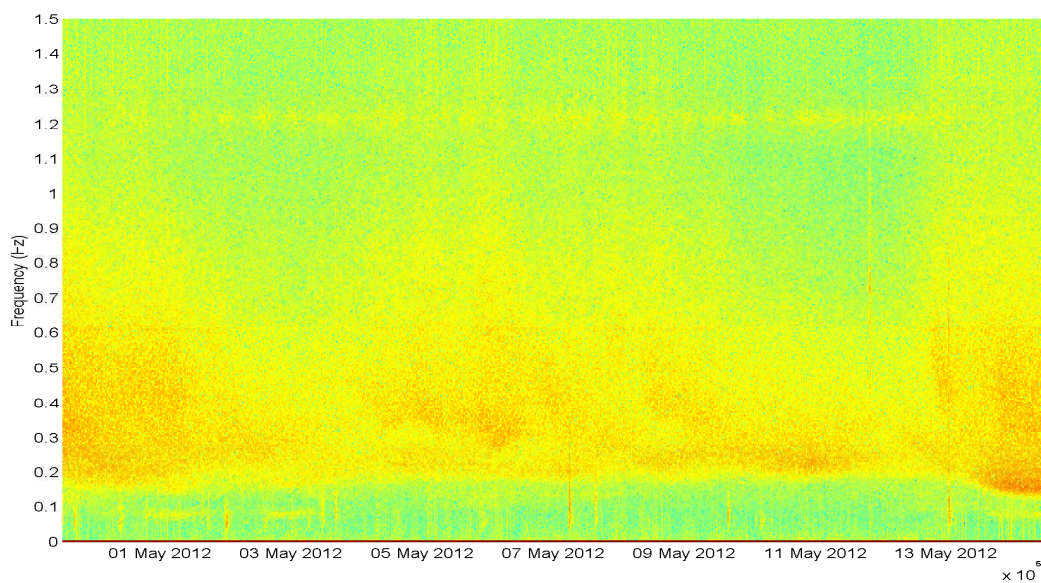


(b) Spectrogramme

FIG. C.4: Les deux dernières semaines d'avril étaient calmes en termes de séismes régionaux. Les télé-séismes sont visibles dans (b) mais pas dans (a) à cause de l'activité microsismique, il faut filtrer en basse fréquence pour les visualiser.



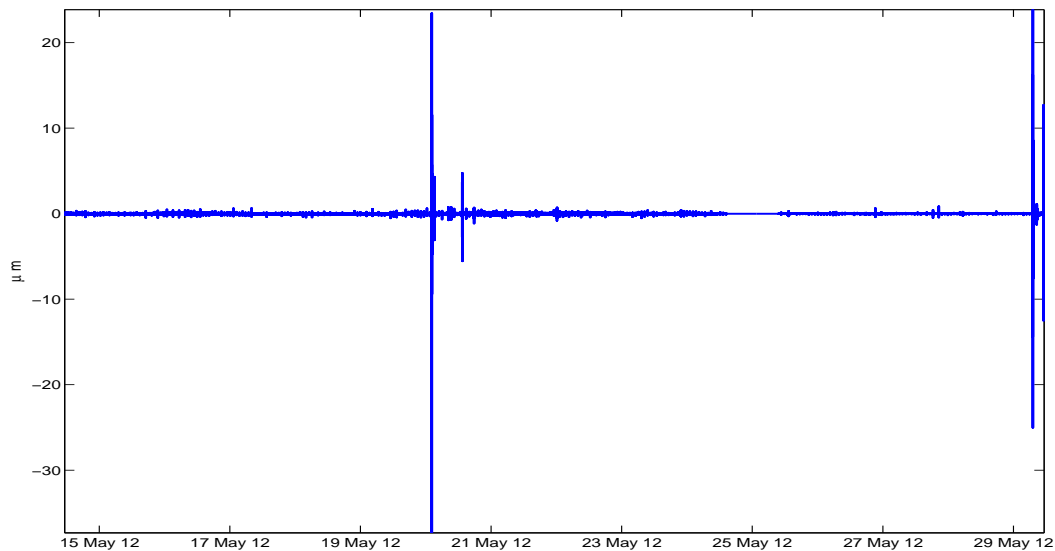
(a) Déplacement EW



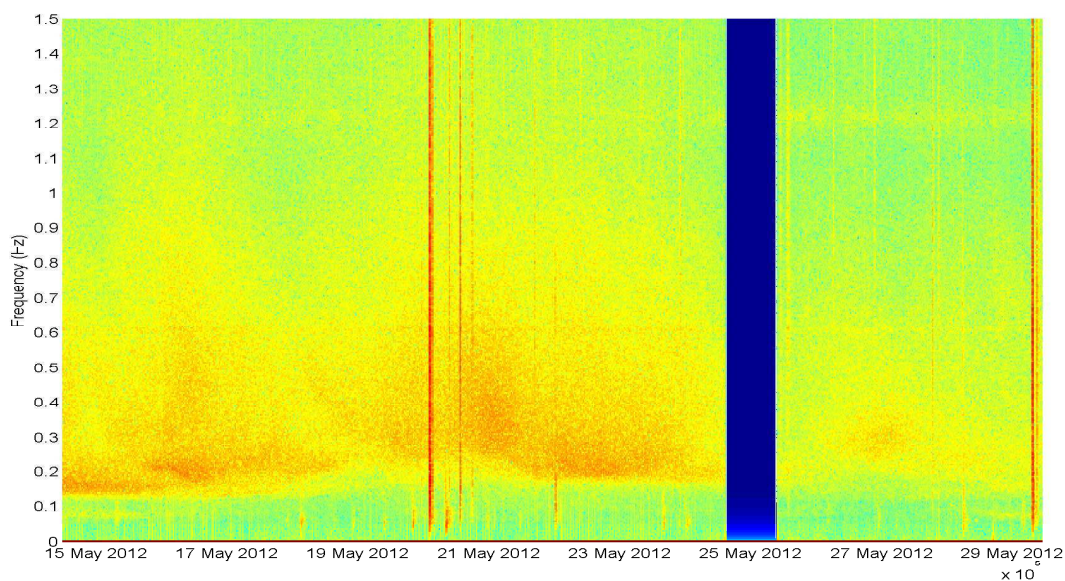
(b) Spectrogramme

FIG. C.5: *Activité du début du mois de mai.*



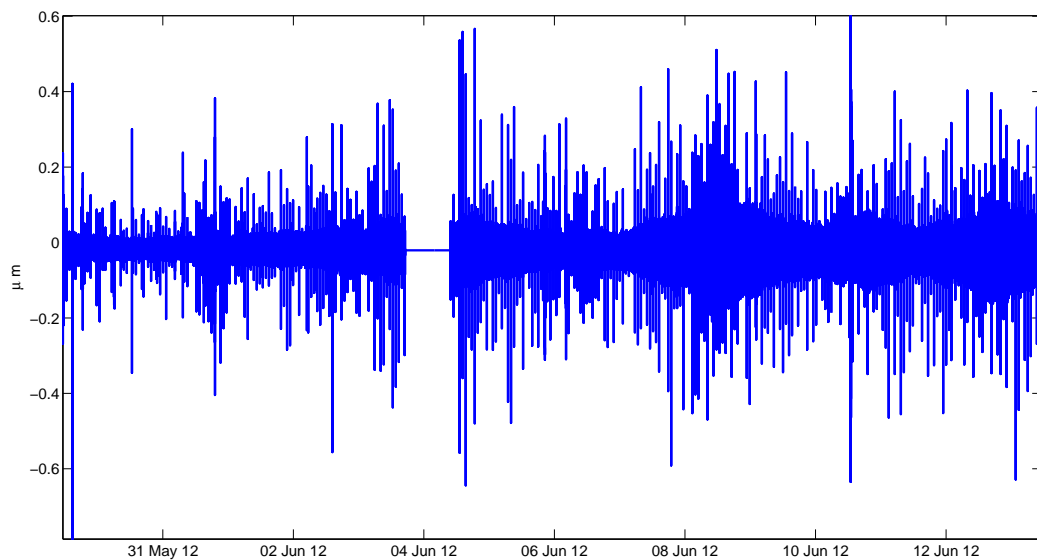


(a) Déplacement EW

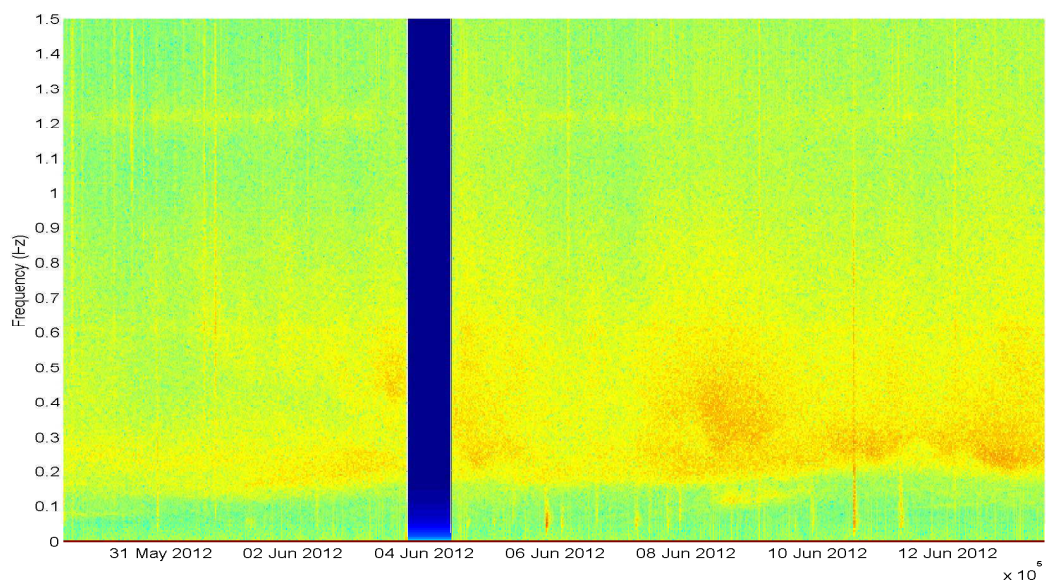


(b) Spectrogramme

FIG. C.6: Après un silence de presque 2 mois dans la région Italienne, une série de 4 répliques ont suivis le séisme de Modène en Italie [20 mai ; Italie ;  $M=6.0$ ] le jour même. Vingt jours plus tard, un autre séisme a fait tremblé l'Italie [29 mai ; Italie ;  $M=5.8$ ]. Un soudain arrêt de l'acquisition s'est produit le 24 mai.



(a) Déplacement EW



(b) Spectrogramme

FIG. C.7: En comparaison avec le reste des périodes de mesure, les derniers jours de mai et les premiers jours de juin ont connus le moins de pluie. Conformément, le bruit sismique mesuré était faible pendant ces jours.

# Bibliographie

- [Abdi and Watkins, 2007] Abdi, A. M. and Watkins, S. E. (2007). Demodulation of fiber-optic sensors for frequency response measurement. *IEEE sensors journal* Vol.7, 667 – 675.
- [Addy et al., 1996] Addy, R. C., Palmer, A. W. and Grattan, K. T. V. (1996). Effects of External Reflector Alignment in Sensing Applications of Optical Feedback in Laser Diodes. *Journal of lightwave technology* Vol.14, 2672 – 2676.
- [Agnew, 2007] Agnew, D. (2007). Before PBO: an overview of continuous strain and tilt measurements in the United States. *Journal of the Geodetic Society of Japan* Vol.53, 157 – 182.
- [Agnew, 1986] Agnew, D. C. (1986). Strainmeters and Tiltmeters. *Reviews of Geophysics* Vol. 24, 579 – 624.
- [Aki and Richards, 2002] Aki, K. and Richards, P. G. (2002). Quantitative Seismology chapter 12, p. 616. University Science Books.
- [Alaoui, 2011] Alaoui, C. (February 2011). Testing And Simulation Of Solid State Heating And Cooling. *International Journal of Engineering Science and Technology*, ISSN 0975-5462 , Vol.3, 1636 – 1641.
- [Allen et al., 1973] Allen, R. V., Wood, D. M. and Mortensen, C. E. (1973). Some Instruments and Techniques for Measurements of Tidal Tilt. *Philosophical Transactions of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* , Vol.274, 219 – 222.
- [Anderson et al., 2010] Anderson, K., Lisowski, M. and Segall, P. (2010). Cyclic ground tilt associated with the 2004–2008 eruption of Mount St. Helens. *Journal of Geophysical research* , Vol. 115, B11201.1 – B11201.29.
- [Beauducel and Cornet, 1999] Beauducel, F. and Cornet, F. H. (1999). Collection and three-dimensional modeling of GPS and tilt data at Merapi volcano, Java. *Journal of geophysical research* , VOL. 104, 725–736.
- [Bernard, 1999] Bernard, P. (25 February 1999). Earthquake precursors and crustal transients, in *Nature Debates*. Technical report, <http://helix.nature.com/debates/>.
- [Bernard, 2001] Bernard, P. (August 2001). From the search of 'precursors' to the research on 'crustal transients'. *Tectonophysics* , Vol.338, 225 – 232.
- [Bilt, 2002] Bilt (2002). Modules contrôleurs de température série BE47x. Bilt System : modular test system et iTest-Innovative test systems.

- [Blair et al., 1994] Blair, D. G., Liu, J., Moghaddam, E. F. and Ju, L. (1994). Performance of an ultra low-frequency folded pendulum. *Physics Letters A* , *Vol.193*, 223 – 226.
- [Blum et al., 2008] Blum, J. A., Noonan, S. L. and Zumbeke, M. A. (2008). Recording earth strain with optical fibers. *IEEE Sensors Journal* , *Vol.8*, 1152 – 1160.
- [Blum, 1963] Blum, P.-A. (1963). Contribution à l'étude des variations de la verticale en un lieu. *Ann. Geophys.*, *Vol. 19*, 215–243.
- [Boerez et al., 2010] Boerez, J., Hinderer, J., Rivera, L. and Jones, M. (2010). Analysis and modeling of the effect of tides on the hydrostatic levelling systems at CERN. *EGU* , *Vol. 12*, 10690.
- [Boley and Sutherland, 1998] Boley, D. L. and Sutherland, K. T. (1998). A Rapidly Converging Recursive Method for Mobile Robot Localization. *International Journal of Robotic Research* , *Vol. 17*, 1027 – 1039.
- [Boley and Sutherland, 1993] Boley, D. L. and Sutherland, K. T. (April, 1993). Recursive Total Least Squares: An Alternative to the Discrete Kalman Filter. Technical report, Department of computer science, University of Minnesota.
- [Boore, 2003] Boore, D. M. (2003). Simulation of ground motion using the stochastic method. *Pure and Applied Geophysics (Issue 3-4)* , *Vol. 160*, 635 – 676.
- [Boudin, 2004] Boudin, F. (2004). Développement et validation d'un inclinomètre longue base de subsurface à silice et mercure : Application à des mesures géophysiques de haute résolution sur le chantier pilote du Golfe de Corinthe. PhD thesis, Institut de physique du globe de Paris IPGP.
- [Braitenberg et al., 2006] Braitenberg, C., Romeo, C. G., Taccetti, Q. and Nagy, I. (2006). The very-broad-band long-base tiltmeters of Grotta Gigante (Trieste, Italy): Secular term tilting and the great Sumatra-Andaman islands earthquake of December 26, 2004. *Journal of Geodynamics* , *Vol. 41*, 164 – 174.
- [Burridge and Knopoff, 1967] Burridge, R. and Knopoff, L. (1967). Model and theoretical seismicity. *Bulletin of the Seismological Society of America* , *Vol. 57*, 341–371.
- [Cabrera and Meer, 1996] Cabrera, J. and Meer, P. (1996). Unbiased Estimation of Ellipses by Bootstrapping. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* , *Vol. 18*, 752 – 756.
- [Carson, 1922] Carson, J. R. (1922). Notes on the Theory of Modulation. *Proceedings of The IEEE* , *10*, 57–64.
- [Chawah et al., 2011] Chawah, P., Sourice, A., Plantier, G. and Chéry, J. (octobre 2011). Real time and adaptive Kalman filter for joint nanometric displacement estimation, parameters tracking and drift correction of EFFPI sensor systems. In *IEEE sensors 2011 conference*, Limerick Ireland.
- [Chawah et al., 2012] Chawah, P., Sourice, A., Plantier, G., Seat, H.-C., Boudin, F., Chery, J., Cattoen, M., Bernard, P., Brunet, C., Gaffet, S. and Boyer, D. (2012). Amplitude and Phase Drift Correction of EFPI Sensor Systems using both Adaptive Kalman Filter and Temperature Com-

- pensation for Nanometric Displacement Estimation. *IEEE/OSA Journal of Lightwave Technology Vol. 30*, 2195 – 2202.
- [Chojnacki et al., 2000] Chojnacki, W., Brooks, M. J., Hengel, A. V. D. and Gawley, D. (2000). On the Fitting of Surfaces to Data with Covariances. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence Vol. 22*, 1294 – 1303.
- [Christian et al., 1994] Christian, T. R., Frank, P. A. and Houston, B. H. (1994). Real-time analog and digital demodulator for interferometric fiber optic sensors. In *Proc. SPIE 2191* pp. 324 – 336,.
- [Chéry and Collard, a] Chéry, J. and Collard, P. Inclinomètre de forage à mesure triaxiale. demande de brevet (FR 1251622, France).
- [Clinton, 2004] Clinton, J. F. (2004). Modern Digital Seismology - Instrumentation, and small amplitude studies in the engineering world. PhD thesis, California institute of technology, Pasadena, California.
- [Communay, 2000] Communay, P. H. (2000). La mécanique des fluides - Dynamique de vie. Groupe de Recherche et d'Édition.
- [Contreras et al., 2008] Contreras, I. A., Grosser, A. T. and Strate, R. H. V. (2008). The Use of the Fully-grouted Method for Piezometer Installation. *Geotechnical Instrumentation News Vol.26*, 29 – 40.
- [Dandridge et al., 1982] Dandridge, A., Tveten, A. B. and Giallorenzi, T. G. (1982). Homodyne Demodulation Scheme for Fiber Optic Sensors Using Phase Generated Carrier. *Journal of Quantum Electronics VOL. QE-18*, 1647 – 1653.
- [de COULON, 1984] de COULON, F. (1984). Théorie et traitement des signaux. Dunod.
- [d'Oreye de Lantremange and Zuern, 2006] d'Oreye de Lantremange, N. and Zuern, W. (2006). Quarter-diurnal tides observed with a long-base water-tube tiltmeter in the Grand Duchy of Luxembourg. *Journal of Geodynamics Vol.41*, 175 – 182.
- [Dragert et al., 2001] Dragert, H., Wang, K. and James, T. S. (2001). A silent slip event on the deeper Cascadia subduction interface. *Science Vol. 292*, 1525–1528.
- [Dufrenois, 2001] Dufrenois, F. (2001). Ellipse Fitting with Uncertainty and Fuzzy Decision Stage for Detection. Application in Videomicroscopy. In *Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning and Uncertainty* pp. pp 432–443,.
- [Ellis et al., 1992] Ellis, T., Abbood, A. and Brillault, B. (1992). Ellipse detection and matching with uncertainty. *Image and Vision Computing Vol. 10*, 271 – 276.
- [Fabry and Frush, 1997] Fabry, F. and Frush, C. (1997). On the Extraction of Near-Surface Index of Refraction Using Radar Phase Measurements from Ground Targets. *Journal of atmospheric and oceanic technology Vol.14*, 978 – 987.



- [Fan et al., 1999] Fan, S., Cai, Y., Wu, S., Luo, J. and Hsu, H. (1999). Response of a folded pendulum to tilt tides. *Physics Letters A* Vol. 256, 132 – 140.
- [Gaffet et al., 2003] Gaffet, S., Guglielmi, Y., Virieux, J., Waysand, G., Chwala, A., Stolz, R., Emblanch, C., Auguste, M., Boyer, D. and Cavaillou, A. (2003). Simultaneous seismic and magnetic measurements in the Low Noise Underground Laboratory (LSBB) of Rustrel, France, during the 2001, 26th january Indian earthquake. *Geophysical Journal International* Vol. 155, 981–990.
- [Geomechanics, 2011] Geomechanics, A. (2011). User's manual LILY Self-Leveling Borehole Tiltmeter.
- [Gladwin, 1984] Gladwin, M. T. (December 1984). High-precision multicomponent borehole deformation monitoring. *Review of Scientific Instruments* Vol 55(12), 2011 – 2016.
- [Guyon et al., 1991] Guyon, E., Hulin, J.-P. and Petit, L. (1991). *Hydrodynamique physique*. InterEditions/Editions du CNRS.
- [HALIR and FLUSSER, 1998] HALIR, R. and FLUSSER, J. (1998). Numerically Stable Direct Least Squares Fitting Of Ellipses. In *International Conference in Central Europe on Computer Graphics and Visualization* pp. pp 125 – 132,.
- [Harrison, 1976] Harrison, J. (1976). Cavity and topographic effects in tilt and strain measurements. *Journal of Geophysical Research* Vol. 81, 319 – 328.
- [Haykin, 1991] Haykin, S. (1991). *Adaptive filter theory*. Prentice Hall, 2nd edition.
- [Hirayama and Sano, 2000] Hirayama, N. and Sano, Y. (2000). Fiber Bragg grating temperature sensor for practical use. *ISA Transactions* 39 Vol. 39, 169 – 173.
- [Ishii et al., 2001] Ishii, H., Jentzsch, G., Graupner, S., Nakao, S., Ramatschi, M. and Weise, A. (January 2001). Observatory Nokgiryama / Japan: Comparison of different tiltmeters. *Proc. 14th International Symposium on Earth Tides, Special Issue J. Geodetic Soc. of Japan* Vol. 47/1, 155 – 160.
- [Jacob et al., 2010] Jacob, T., Chéry, J., Boudin, F. and Bayer, R. (2010). Monitoring deformation from hydrologic processes in a karst aquifer using long-baseline tiltmeters. *Water resources research* Vol. 46, W09542.
- [Jahr et al., 2006] Jahr, T., Letz, H. and Jentzsch, G. (2006). Monitoring fluid induced deformation of the earth's crust: A large scale experiment at the KTB location/Germany. *Journal of Geodynamics* Vol. 41, 190 – 197.
- [Jaroszewicz et al., 2009] Jaroszewicz, L. R., Krajewski, Z. and Wiszniowski, J. (2009). Fiber-optic Sagnac interferometer as seismograph for investigation rotation seismic events. In *IEEE* pp. 840–844,.
- [Kaempffer, 2003] Kaempffer, A. T. (2003). Update on Bentonite Chips and Pellets for Sealing Piezometers in Boreholes. *Geotechnical instrumentation news* Vol. 21, 32 – 37.

- [Kalman, 1960] Kalman, R. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of basic engineering* Vol. 82, 35 – 45.
- [Kanazawa and Kanatani, 1996] Kanazawa, Y. and Kanatani, K. (1996). Optimal conic fitting and reliability evaluation. *IEICE TRANSACTIONS on Information and Systems* Vol. E79-D, 1323 – 1328.
- [Kanda et al., 1994] Kanda, N., Barton, M. A. and Kuroda, K. (1994). Transfer function of a crossed wire pendulum isolation system. *Rev. Sci. Instrum.* (12), December Vol. 66, 3780 – 3784.
- [Kato, 1977] Kato, M. (1977). Observations of crustal movements by newly-designed horizontal pendulum and water-tube tiltmeters with electromagnetic transducers. *Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute* Vol.27, 155 – 171.
- [KERR, 1978] KERR, R. A. (1978). Earthquakes: Prediction Proving Elusive. *Sciences* Vol.200, 419–421.
- [Kirkendall and Dandridge, 2004] Kirkendall, C. K. and Dandridge, A. (2004). Overview of high performance fibre-optic sensing. *Journal of Physics D: Applied Physics* Vol. 37, R197–R216.
- [Kümpel et al., 2001] Kümpel, H.-J., Lehmann, K., Fabian, M. and Gy.Mentes (2001). Point stability at shallow depths: experience from tilt measurements in the Lower Rhine Embayment, Germany, and implications for high-resolution GPS and gravity recordings. *International Journal of Geophysics* Vol 146, 699 – 713.
- [LABARTHE, 2005] LABARTHE, J. J. (2005). CORDE VIBRANTE & ACOUSTIQUE. PhD thesis, Université Paris-Sud Orsay.
- [Lantz, 2006] Lantz, B. (March 27, 2006). Tilt-Horizontal Coupling for a Simple Inverted Pendulum.
- [Larralde, 1981] Larralde, J. P. (1981). Résistance des matériaux (I) - Sollicitations simples. *Mas-son*.
- [Le Duff, 2003] Le Duff, A. (2003). Contribution à l'estimation paramétrique de signaux à variation sinusoïdale de la fréquence instantanée et à amplitude variable : Application à l'anémométrie laser Doppler pour l'acoustique. PhD thesis, Université de Maine.
- [Levine et al., 1989] Levine, J., Meertens, C. and Busby, R. (1989). Tilt observations using bore-hole tiltmeters, analysis of tidal and secular tilt. *Journal of Geophysical research* Vol. 94, 574 – 586.
- [Li et al., 2009] Li, Z., Wang, X., Bu, P., Huang, B. and Zheng, D. (2009). Sinusoidal phase-modulating laser diode interferometer insensitive to the intensity modulation of the light source. *Optik - International Journal for Light and Electron Optics* Vol.120, 799–803.
- [Ling and Haldar, 2004] Ling, X. and Haldar, A. (2004). Element level system identification with unknown input with Rayleigh damping. *JOURNAL OF ENGINEERING MECHANICS I' ASCE* Vol.130, 877 – 885.

- [Liu and Liu, 1998] Liu, K. and Liu, Z. (1998). Exponential decay of energy of the Euler-Bernoulli beam with locally distributed Kelvin-Voigt damping. *SIAM journal on control and optimization* Vol.36, 1086 – 1098.
- [Loffeld, 1994] Loffeld, O. (1994). Demodulation of noisy phase or frequency modulated signals with Kalman filters. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1994. ICASSP-94. Vol. 4, IV/177 – IV/180.*
- [Longuevergne et al., 2008] Longuevergne, L., Florsch, N., Boudin, F., Oudin, L. and Camerlynck, C. (2008). Coupled mechanical and hydrological modeling of the deformation associated with natural fractures. accepted.
- [Lu and Tan, 2008] Lu, W. and Tan, J. (2008). Detection of incomplete ellipse in images with strong noise by iterative randomized Hough transform (IRHT). *Pattern Recognition* Vol. 41, 1268 – 1279.
- [Mach, 1926] Mach, E. (1926). The principles of physical optics: An historical and philosophical treatment.
- [Matei and Meer, 2000] Matei, B. and Meer, P. (2000). Reduction of Bias in Maximum Likelihood Ellipse Fitting. *International Conference on Pattern Recognition.*
- [Meller, 1996] Meller, S. A. (1996). Extrinsic Fabry-Perot Interferometer System Using Wavelength Modulated Source. PhD thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University.
- [Mikkelsen, 2002] Mikkelsen, P. E. (2002). Cement-Bentonite Grout Backfill for Borehole Instruments. *Geotechnical instrumentation news* Vol. 20, 36 – 40.
- [Milne, 1911] Milne, J. (1911). The Observatory at Messina. *Nature* Vol. 85, 515–516.
- [Minford and Lau, 2002] Minford, J. and Lau, J. (2002). Classical Chinese literature: an anthology of translations p. 307. New York:.
- [Mourat, 1999] Mourat, G. (1999). Etude des diodes lasers pour des applications metrologiques de la retro-injection optique. PhD thesis,, Institut national polytechnique de Toulouse.
- [Murphy et al., 1991] Murphy, K. A., Gunther, M. F., Vengsarkar, A. M. and Claus, R. . (1991). Quadrature phase-shifted, extrinsic Fabry-Perot optical fiber sensors. *Optics Letters* , Vol. 16, 273 – 275.
- [Niebauer et al., 1995] Niebauer, T. M., Sasagawa, G. S., Faller, J. E., Hilt, R. and Klopping, F. (1995). A new generation of absolute gravimeters. *Metrologia* , Vol. 32, 159 – 180.
- [Obert, 2010] Obert, D. (2010). Physique des ondes.
- [Omega.com, 2008] Omega.com (2008). AD590 Temperature Sensors. One Omega Drive, P.O. Box 4047, Stamford, U.S.A.
- [Pars., 1965] Pars., L. (1965). A Treatise on Analytical Dynamics, chapter chp. V, pp. 46–59. Heinemann, Ox Bow Press.

- [Perry and Ayrton, 1879] Perry, J. and Ayrton, W. E. (1879). On a Neglected Principle that May be Employed in Earthquake Measurements. *Philosophical Magazine Series 5*, Vol 8, 30–50.
- [Peterson, 1993] Peterson, J. (1993). Observations and modelling of seismic background noise. Technical report, U.S. Department of interior, Geological survey.
- [Plantier, 2004] Plantier, G. (2004). Real-time tracking of time-varying velocity using a self-mixing laser diode. *IEEE transactions on instrumentation and measurement*, Vol. 53, 109 – 115.
- [Porrill, 1990] Porrill, J. (1990). Fitting ellipses and predicting confidence envelopes using a bias corrected Kalman filter. *Image and Vision Computing*, 8, 37 – 41.
- [Pérez, 1992] Pérez, J.-P. (1992). MECANIQUE Points mat  riels, solides, fluides. Masson.
- [PULLTEAP, 2008] PULLTEAP, S. (2008). Development of an Extrinsic dual-cavity Fiber Fabry-Perot interferometer: Applications to periodic and non-periodic vibration measurements. PhD thesis, GEET-LOSE Toulouse, France.
- [Raab and Coyne, 1997] Raab, F. and Coyne, D. (1997). LASER INTERFEROMETER GRAVITATIONAL WAVE OBSERVATORY - LIGO -. WWW: <http://www.ligo.caltech.edu/>.
- [Rerolle et al., 2006] Rerolle, T., Florsch, N., Llubes, M., Boudin, F. and Longuevergne, L. (2006). L'inclinométrie, un nouvel outil pour le suivi temporel des aquif  res? *comptes rendus Geoscience* Vol. 338, 775 – 786.
- [Rosin, 1993] Rosin, P. L. (1993). A note on the least squares fitting of ellipses. *Pattern Recognition Letters* Vol. 14, 799 – 808.
- [Rosin and West, 1990] Rosin, P. L. and West, G. A. W. (1990). Segmenting curves into elliptic arcs and straight lines. pp. 75 – 78., *Proceedings, Third International Conference on Computer Vision*.
- [Ruiz. et al., 2011] Ruiz., J. A., D., B., Bernard, P. and Berge-Thierry, C. (2011). Modelling directivity of strong ground motion with a fractal,  $k=2$ , kinematic source model. *Geophysical Journal International* Vol. 186, 226–244.
- [Saleh et al., 1991] Saleh, B., Blum, P. and Delorme, H. (1991). New silica compact tiltmeter for deformations measurement. *J. Survey Eng* Vol. 117, 27–35.
- [Savage et al., 1979] Savage, J. C., Prescott, W. H., Chamberlain, J. F., Lisowski, M. and Mortensen, C. E. (1979). Geodetic tilt measurement along the San Andreas fault in central California. *Bulletin of seismological society of America* Vol. 69, 1965 – 1981.
- [Schmidt et al., 2001] Schmidt, M., BerndWerther and Furstenau, N. (2001). Fiber-Optic Extrinsic Fabry-Perot Interferometer Strain Sensor with < 50 pm displacement resolution using three-wavelength digital phase demodulation. *Optics express* Vol. 8, 475 – 480.
- [Schmidt and Furstenau, 1999] Schmidt, M. and Furstenau, N. (1999). Fiber-optic extrinsic Fabry-Perot interferometer sensors with three-wavelength digital phase demodulation. *Optics Letters* Vol. 24, 599–601.

- [Seat et al., 2012] Seat, H.-C., Chawah, P., Cattoen, M., Sourice, A., Plantier, G., Boudin, F., Chéry, J., Brunet, C., Bernard, P. and Suleiman, M. (2012). Dual-modulation fiber Fabry-Perot interferometer with double reflection for slowly-varying displacements. *Optics Letters* Vol. 37, 2886–2888.
- [Seo et al., 1989] Seo, D.-S., Park, J.-D., Mcinerney, J. G. and Osinski, M. (1989). Multiple Feedback Effects in Asymmetric External Cavity Semiconductor Lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics* Vol.25, 2229 – 2238.
- [Skalsky and Picha, 1969] Skalsky, L. and Picha, J. (1969). On some problems of tidal observations with tiltmeters and their accuracy. *Studia geoph. et geod.* Vol 13, 138 – 172.
- [Sleeman et al., 2000] Sleeman, R., Haad, H. W., Bos, M. S. and van Gend, J. J. A. (2000). Tidal tilt observations in the Netherlands using shallow borehole tiltmeters. *Physics and Chemistry of the Earth* Vol.25, 415 – 420.
- [Speck, 1985] Speck, F.-O. (1985). General Wiener-Hopf Factorization Methods. Pitman Advanced Publishing Program.
- [Spiegel, 1972] Spiegel, M. R. (1972). *Théorie et application de la mécanique générale* chapter chp. II, pp. 282 – 310. Paris, France: Serie Schaum.
- [Stolberg-Rohr et al., 2011] Stolberg-Rohr, T., Buchner, R., Krishna, A., Munch, L., Pihl, K., Hansen, J. S., Tojaga, S., Moos, H. and Jensen, J. M. (2011). NDIR humidity measurement. In IEEE sensors conference, Limerick Ireland.
- [Streckeisen, 1995] Streckeisen (1995). Portable very-broad-band tri-axial seismometer, STS-2 Low Power. G. Streckeisen AG, Messgeraete Pfungen, Switzerland.
- [Takamori et al., 2011] Takamori, A., Bertolini, A., DeSalvo, R., Araya, A., Kanazawa, T. and Shinohara, M. (2011). Novel compact tiltmeter for ocean bottom and other frontier observations. *IOP Measurement Science and Technology* Vol. 22, page 115901.
- [Thomas and Laville, 2003] Thomas, M. and Laville, F. (Mars 2003). SYS 855 Vibroacoustique Chapitre 5 Amortissement des structures. Département de génie mécanique ETS Montréal.
- [Vanicek and Lennon, 1972] Vanicek, P. and Lennon, G. W. (1972). The theory of motion of the horizontal pendulum with a Zollner suspension and some indications for the instrumental design. *studies geoph. et geoa.* 16, 30 – 50.
- [Wang et al., 2002] Wang, G., Houkes, Z., Zheng, B. and Li, X. (2002). A note on conic fitting by the gradient weighted least-squares estimation: refined eigenvector solution. *Pattern Recognition Letters* Vol. 23, 1695 – 1703.
- [Weise et al., 1999] Weise, A., Jentzsch, G., Kiviniemi, A. and Kääriäinen, J. (1999). Comparison of long-period tilt measurements: results from the two clinometric stations Metsähovi and Lohja, Finland. *Journal of Geodynamics* Vol. 27, 237 – 256.

- [Wenzel, 1997] Wenzel, H.-G. (1997). Analysis of Earth Tide Observations. Lecture Notes in Earth Sciences *Vol. 66*, 59 – 75.
- [Werghi and Doignon, 1995] Werghi, N. and Doignon, C. (1995). Contour feature extraction with wavelet transform and parametrization of elliptic curves with an unbiased extended Kalman filter. In Proc. ACCV'95 *Vol. 3*, pp. 186–190, Second Asian Conference on Computer Vision, Singapore.
- [Werghi et al., 1996] Werghi, N., Doignon, C. and Abba, G. (1996). Ellipse fitting and three-dimensional localization of objects based on elliptic features. In Image Processing, IEEE International Conference *Vol. 1*, pp. 57 – 60, ICIP, Lausanne, Switzerland.
- [Wiener, 1949] Wiener, N. (1949). Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications. The MIT Press, Cambridge (Mass.).
- [Winterflood and Blair, 1996] Winterflood, J. and Blair, D. (1996). A long-period conical pendulum for vibration isolation. Physics Letters A *Vol. 222*, 141 – 147.
- [Winterflood et al., 1999] Winterflood, J., Losurdo, G. and Blair, D. (1999). Initial results from a long-period conical pendulum vibration isolator with application for gravitational wave detection. Physics Letters A *Vol. 263*, 9 – 14.
- [Wu et al., 2002] Wu, S., Fan, S., Luo, J. and Hsu, H. (2002). Folded pendulum tiltmeter. Review of Scientific Instruments *Vol. 73*, 2150 – 2156.
- [Wyatt, 1982] Wyatt, F. (1982). Displacement of Surface Monuments: Horizontal Motion. journal of geophysical research *Vol. 87*, 979 – 989.
- [Wyatt et al., 1982] Wyatt, F., Cabaniss, G. and Agnew, D. (1982). Comparison of tiltmeters at tidal frequencies. Geophysical Research letters *Vol. 9*, 743 – 746.
- [Zadro, 1978] Zadro, M. (1978). Use of tiltmeters for the detection of forerunning events in seismic areas. Bollettino di Geodesia e Scienze Affini *No. 2-3*, 597 – 618.
- [Zhang, 1997] Zhang, Z. (1997). Parameter estimation techniques: a tutorial with application to conic fitting. Image and Vision Computing *Vol. 15*, 59 – 76.
- [Zhou and Yu, 2011] Zhou, X. and Yu, Q. (2011). Wide-Range displacement sensor based on fiber-optic Fabry-Perot interferometer for subnanometer measurement. IEEE sensors journal *vol. 11*, 1602 – 1606.
- [Zumberge et al., 2004] Zumberge, M. A., Berger, J., Dzieciuch, M. A. and Parker, R. L. (2004). Resolving quadrature fringes in real time. Applied Optics *Vol. 43*, 771 – 775.



# Publications et communications

## Publications

- P. Chawah, A. Sourice, G. Plantier, H.C. Seat, F. Boudin, J. Chéry, M. Cattoen, P. Bernard, C. Brunet, S. Gaffet, D. Boyer, **Amplitude and Phase Drift Correction of EFPI Sensor Systems using both Adaptive Kalman Filter and Temperature Compensation for Nanometric Displacement Estimation**. *IEEE/OSA Journal of Lightwave Technology*, Vol. 30, pp. 2195-2202, 2012.
- H.C. Seat, P. Chawah, M. Cattoen, A. Sourice, G. Plantier, F. Boudin, J. Chéry, C. Brunet, P. Bernard, M. Suleiman, **Dual-modulation fiber Fabry-Perot interferometer with double reflection for slowly-varying displacements**. *Optics Letters*, Vol. 37(14), pp. 2886-2888, 2012.

## Conférences

- P. Chawah, A. Sourice, G. Plantier, J. Chéry, **Real time and adaptive Kalman filter for joint nanometric displacement estimation, parameters tracking and drift correction of EFFPI sensor systems**, in *Proceedings IEEE Sensors Conference*, Limerick, Ireland, Oct. 2011, pp. 882-885.

## Communications

- J. Chéry, F. Boudin, M. Cattoen, H.C. Seat, M. Suleiman, P. Chawah, G. Plantier, A. Sourice, P. Bernard, C. Brunet, S. Gaffet, D. Boyer, **High resolution tiltmeters and strainmeters based on extrinsic fiber Fabbry-Perot interferometry: the LINES project**, *American Geophysical Union*, Fall Meeting 2011.



## **Développement d'un capteur de déplacement à fibres optiques appliqué à l'inclinométrie et à la sismologie**

**Résumé :** Le suivi de la déformation de la croûte terrestre durant la phase intersismique pour la recherche des transitoires nécessite des instruments précis capables d'opérer pour de très longues durées. Le projet ANR-LINES a visé le développement de trois nouveaux instruments : un sismomètre mono-axial, un inclinomètre hydrostatique à longue base et un inclinomètre de forage pendulaire. Ces trois instruments profitent d'un capteur interférométrique de déplacement à longues fibres optiques du type Fabry-Pérot Extrinsèque (EFFPI). Leurs architectures mécaniques et l'utilisation de longues fibres permettent à ces instruments géophysiques nouvellement fabriqués d'atteindre les objectifs fixés.

Le premier objectif de cette étude est de proposer des méthodes adaptées à l'estimation de la phase du chemin optique dans les cavités Fabry-Pérot. Une modulation du courant de la diode laser, suivie par une démodulation homodyne du signal d'interférence et un filtre de Kalman permettent de déterminer la phase en temps réel. Les résultats sont convaincants pour des mesures de courtes durées mais exigent des solutions complémentaires pour se prémunir des effets de la variation des phénomènes environnementaux.

Le capteur EFFPI intégré dans l'inclinomètre de forage LINES lui offre l'opportunité d'établir une mesure différentielle de l'oscillation de la masselotte pendulée grâce à trois cavités Fabry-Pérot. Le sismomètre LINES utilise lui aussi le capteur de déplacement EFFPI pour la mesure du déplacement de sa bobine. Une description de l'architecture mécanique de ces instruments et une analyse des phénomènes détectés (mouvements lents, marées, séismes, microséismes ...) font partie de cette thèse.

**Mots clés :** Interférométrie laser, modulation de longueur d'onde, démodulation homodyne synchrone, lissage d'ellipse, filtre de Kalman, compensation de température, inclinomètre de forage, pendule simple, mesure différentielle, dérive lente, observations sismiques, sismomètre.

## **Development of an optical fibers displacement sensor for applications in tiltmetry and seismology**

**Abstract:** Monitoring crustal deformation during the interseismic phase when searching for earth transients requires precise instruments able to operate for very long periods. The ANR-LINES project aimed to develop three new instruments: a single-axis seismometer, a hydrostatic long base tiltmeter and a borehole pendulum tiltmeter. These three instruments benefit of an extrinsic Fabry-Pérot interferometer (EFFPI) with long optic fibers for displacement detections. Their mechanical architectures and their disposal of long fibers help these newly manufactured geophysical instruments complete their goals.

The first objective of this study is to propose appropriate methods for estimating the phase of the optical path in the Fabry-Pérot cavities. A modulation of the laser diode current, followed by a homodyne demodulation of the interference signal and a Kalman filter, allow determining the phase in real time. The results are convincing while taking short periods measurements but require additional solutions for protection against environmental phenomena variations.

The EFFPI sensor integrated in the LINES borehole tiltmeter gives it the opportunity to establish a differential measurement of the bob's oscillation thanks to three Fabry-Perot cavities. The LINES seismometer also uses the EFFPI displacement sensor to measure its coil's displacement. A description of the two instruments' mechanical structures and an analysis of the detected phenomena (slow movements, tides, earthquakes, microseisms ...) are part of this thesis.

**Keywords:** Laser interferometry, wavelength modulation, synchronous homodyne demodulation, ellipse fitting, Kalman filter, temperature compensation, borehole tiltmeter, simple pendulum, differential measurements, slow drift, seismic observations, seismometer.

**Laboratoire Géosciences - CNRS Université de Montpellier**  
**Place Eugène Bataillon - 34095 MONTPELLIER CEDEX 5**  
**Ecole supérieure d'électronique de l'ouest - ESEO**  
**10 Boulevard Jeanneteau - 49107 ANGERS CEDEX 2**